第一章 绪论

1-1 设英文字母 E 出现的概率为 0.105，x 出现的概率为 0.002。试求 E 和 x 的信息量。

解：$I_E = \log_2 \frac{1}{p} = \log_2 \frac{1}{0.105} = 3.25 bit$

$$I_x = \log_2 \frac{1}{p} = \log_2 \frac{1}{0.002} = 8.97 bit$$

1-2 某信息源的符号集由 A,B,C,D 和 E 组成，设每一符号独立出现，其出现概率分别为 1/4，1/8，1/8，3/16，5/16。试求该信息源符号的平均信息量。

解：平均信息量 $H = -\sum_{i=1}^{n} P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$$= -\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8} - \frac{3}{16}\log_2\frac{3}{16} - \frac{5}{16}\log_2\frac{5}{16}$$

$$= 2.23 bit/\text{符号}$$

1-3 设有四个消息 A、B、C、D 分别以概率 1/4、1/8、1/8、1/2 传送，每一消息 的出现是相互独立的，试计算其平均信息量。

解：平均信息量 $H = -\sum_{i=1}^{n} P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$$= -\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8} - \frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8} - \frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} = 1.75 bit/\text{符号}$$

1-4 一个由字母 A,B,C,D 组成的字，对于传输的每一字母用二进制脉冲编码，00 代替 A,01 代替 B,10 代替 C,11 代替 D,每个脉冲宽度为 $5ms$。

(1) 不同的字母等可能出现时。试计算传输的平均信息速率；

(2) 若每个字母出现的等可能性分别为 P_A=1/5,P_B=1/4,P_C=1/4,P_D=3/10, 试计算传输的平均信息速率。

解：(1)因一个字母对应两个二进制脉冲，属于四进制符号，故一个字母的持续时间为 $2\times5ms$，传送字母的符号速率为

$$R_{B4}=\frac{1}{2\times5\times10^{-3}}=100B$$

等概时，平均信息速率 $R_b=R_{B4}\log_2 4=200b/s$

(2)每个符号平均信息量为

$$H=-\sum_{i=1}^{4}P_i\log_2 P_i=-\frac{1}{5}\log_2\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{3}{10}\log_2\frac{3}{10}$$

$$=1.985bit/\text{符号}$$

平均信息速率 $R_b=R_{B4}H=100\times1.985=198.5b/s$

1-5 国际莫尔斯电码用点和划的序列发送英文字母，划用持续 3 单位的电流脉冲表示，点用持续 1 个单位的电流脉冲表示；且划出现的概率是点出现的概率的 1/3。

(1)求点和划的信息量；

(2)求点和划的平均信息量。

解:(1)由已知条件划出现的概率是点出现的概率的 1/3，即 $P_1=1/3\ P_2$

且 $P_1+P_2=1$，所以 $P_1=1/4$， $P_2=3/4$

划的信息量 $I_1=-\log_2\frac{1}{4}=2bit$

点的信息量 $I_2=-\log_2\frac{3}{4}=0.415bit$

(2)平均信息量 $H=\frac{3}{4}\times0.415+\frac{1}{4}\times2=0.81bit/\text{符号}$

1-6 某离散信息源输出 $x_1,x_2,\cdots x_8$ 8 个不同的符号，符号速率为 $2400B$,其中 4 个符号出现概率为 $P(x_1)=P(x_2)=1/16, P(x_3)=1/8, P(x_4)=1/4$ 其余符号等概出现。

(1) 求该信息源的平均信息率；

(2) 求传送 $1h$ 的信息量。

解(1)由已知条件得 $P(x_5)=P(x_6)=P(x_7)=P(x_8)=\frac{1}{8}$

信息源的熵：

$$H(x)=-\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)=-2\times\frac{1}{16}\log_2\frac{1}{16}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-4\times\frac{1}{8}\times\log_2\frac{1}{8}$$

$$=2.875\ bit/\text{符号}$$

则信息源的平均信息速 率为$R_b=R_B\times H=2400\times2.875=6900\ bit/s$

(2)传送$1h$的信息量为：

$$I=T\times R_b=3600\times6900=2.484\times10^7bit$$

1-7设某信息源以每秒2000个符号的速率发送消息,信息源由A,B,C,D,E五个信息符号组成,发送A的概率为1/2,发送其余符号的概率相同,且设每一符号出现是相互独立的。

求:(1)每一符号的平均信息量;

(2)信息源的平均信息速率;

(3)可能的最大信息速率。

解(1)由已知条件得 $P(x)=\frac{1}{2}, P(x_2)=P(x_3)=P(x_4)=P(x_5)=\frac{1}{8}$

每一符号的平均信息量即信息源的熵

$H(x)=-\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)=-\log_2\frac{1}{2}-4\times\frac{1}{8}\times\log_2\frac{1}{8}=2bit/$符号

(2)则信息源的平均信息速率为 $R_b=R_B\times H=2000\times 2=4000bit/s$

(3)等概时可获得最大信息速率:

先求最大信息量: $H_{\max}=\log_2 5=2.32bit/$符号

则最大信息速率: $R_{b\max}=R_B\times H_{\max}=2.32\times 2000=4640bit/s$

1-8 如果二进独立等概信号,码元宽度为0.5ms,求R_B和R_b;有四进制信号,码元宽度为0.5ms求传码率R_B和独立等概时的传信率R_b。

解: 由已知条件码元宽度为0.5ms

所以R_B=1/0.5×10^{-3}=2000B

$R_b=R_{BN}log_2N$ 因为N=2

所以R_b=2000bit/s

当N=4时,R_{B4}=2000B

$R_b=R_{B4}log_2 4$=4000bit/s

1-9 在强干扰环境下,某电台在5min内共收到正确信息量为355$Mbit$,假定系统信息速率为1200$kbit/s$。

(1)试问系统误信率P_b是多少?

(2)若假定信号为四进制信号,系统码元传输速率为1200KB,则P_b是多少?

解:(1)先求所传送的总的信息量。

$I_{总}$=1200×10^3×5×60=360$Mbit$

所传送的错误的信息量

$I_{错}$=360－355=5$Mbit$

则系统误信率$P_b=I_{错}/I_{总}$=5/360=0.01389

(2)由已知条件 1200KB

则$R_{b4}=R_{B4}\times\log_2{}^4$=2400$kbit/s$

$I_{总}$=2400×10^3×5×60=720$Mbit$

$I_{错}$=720－355=365$Mbit$

则$P_b=I_{错}/I_{总}$=365/720=0.5069

1-10 已知某四进制数字信号传输系统的信息速率为 2400*bit/s*，接收端共收到 216 个错误码元，试计算该系统 P_e 的值。

解　由已知条件 $R_{b4}=2400bit/s$，$R_b=\log_2 N$

所以 $R_{B4}=\dfrac{R_{b4}}{\log_2 4}=1200B$

半小时共传送的码元为 $1200\times 0.5\times 3600=2.16\times 10^6$ 个

系统误码率　$P_e=\dfrac{216}{2.16\times 10^6}=10^{-4}$

1-11 设一数字传输系统传送二进制码元的速率为 1200Baud,试求该系统的信息速率；若该系统改为传送 16 进制信号码元，码元速率为 2400Baud，则这时的系统信息速率为多少？

解　(1)$R_b=R_B=1200bit/s$

(2)$R_b=R_B\log_2 16=2400\times 4=9600bit/s$

第二章　确定信号和随机信号分析

2-1 设随机过程 $\xi(t)$ 可表示成 $\xi(t)=2\cos(2\pi t+\theta)$，式中 θ 是一个离散 随机变量，且 $P(\theta=0)=1/2$, $P(\theta=\pi/2)=1/2$,试求 $E_\xi(1)$ 及 $R_\xi(0,1)$。

解 首先应理解 $E_\xi(1)$ 及 $R_\xi(0,1)$ 的含义，$E_\xi(1)$ 是指当 $t=1$ 时，所得随机变量的均值，$R_\xi(0,1)$ 是指当 $t=0$ 及 $t=1$ 时，所得的两个随机变量的自相关函数。

$$E_\xi(1)=E[2\cos(2\pi t+\theta)]|_{t=1}=E[2\cos(2\pi+\theta)]$$
$$=2\left(\frac{1}{2}\cos 0+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{2}\right)=1$$
$$R_\xi(0,1)=E[\xi(0)\xi(1)]=E[2\cos\theta\times 2\cos(2\pi+\theta)]=4E[\cos^2\theta]$$
$$=4\left(\frac{1}{2}\cos^2 0+\frac{1}{2}\cos^2\frac{\pi}{2}\right)=2$$

2-2.设 $z(t)=x_1\cos\omega_0 t-x_2\sin\omega_0 t$ 是一随机过程，若 x_1 和 x_2 是彼此独立且具有均值为0，方差为 σ^2 的正态随机变量，试求

(1) $E[z(t)]$, $E[z^2(t)]$;

(2)$z(t)$ 的一维分布密度函数 $f(z)$;

(3)$B(t_1,t_2)$ 及 $R(t_1,t_2)$。

解 (1) 由已知条件$E[x_1]=E[x_2]=0$且x_1和x_2彼此相互独立。

所以$E[x_1x_2]=E[x_1]E[x_2]=0$

$D(x_1)=D(x_2)=\sigma^2$，而$\sigma^2=E[x^2]-E^2[x]$

所以$E[x_1^2]=D(x_1)+E^2[x_1]=\sigma^2$同理$E[x_2^2]=\sigma^2$

$$E[z(t)]=E[x_1\cos\omega_0 t-x_2\sin\omega_0 t]=\cos\omega_0 tE[x_1]-\sin\omega_0 tE[x_2]=0$$

$$\begin{aligned}E[z^2(t)]&=E[(x_1\cos\omega_0 t-x_2\sin\omega_0 t)^2]\\&=E[x_1^2\cos^2\omega_0 t+x_2^2\sin^2\omega_0 t-2x_1x_2\cos\omega_0 t\sin\omega_0 t]\\&=\cos^2\omega_0 tE[x_1^2]+\sin^2\omega_0 tE[x_2^2]-2\cos\omega_0 t\sin\omega_0 tE[x_1x_2]\\&=(\cos^2\omega_0 t+\sin^2\omega_0 t)\sigma^2=\sigma^2\end{aligned}$$

(2)由于x_1和x_2是彼此独立的正态随机变量，且$z(t)$是x_1和x_2的线性组合，所以z也是均值为0，方差为σ^2的正态随机变量，其一维概率密度为

$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right)$$

(3)
$$\begin{aligned}R(t_1,t_2)&=E[z(t_1)z(t_2)]=E\{[x_1\cos\omega_0 t_1-x_2\sin\omega_0 t_1][x_1\cos\omega_0 t_2-x_2\sin\omega_0 t_2]\}\\&=\sigma^2[\cos\omega_0 t_1\cos\omega_0 t_2+\sin\omega_0 t_1\sin\omega_0 t_2]=\sigma^2[\cos\omega_0(t_1-t_2)]\end{aligned}$$

令$t_1-t_2=\tau$ 则$R(t_1,t_2)=\sigma^2\cos\omega_0\tau$

$$B(t_1,t_2)=R(t_1,t_2)-E[z(t_1)]E[z(t_2)]=R(t_1,t_2)=\sigma^2\cos\omega_0\tau$$

2-3 求乘积 $z(t)=x(t)y(t)$的自相关函数。已知 $x(t)$与 $y(t)$是统计独立的平稳随机过程，且它们的自相关函数分别为$R_x(\tau)$，$R_y(\tau)$。

解
$$\begin{aligned}R_z(t_1,t_2)&=E[z(t_1)\cdot z(t_2)]=E[x(t_1)y(t_1)\cdot x(t_2)y(t_2)]\\&=E[x(t_1)x(t_2)\cdot y(t_1)y(t_2)]\\&=E[x(t_1)x(t_2)]\cdot E[y(t_1)y(t_2)] \qquad \text{(因为}x(t)\text{与}y(t)\text{统计独立)}\\&=R_x(t_1,t_2)R_y(t_1,t_2)\\&=R_x(\tau)R_y(\tau)=R_z(\tau) \quad \text{(因为}x(t)\text{和}y(t)\text{平稳)}\end{aligned}$$

所以，$z(t)$也是平稳随机过程，且有，$R_z(\tau)=R_x(\tau)R_y(\tau)$

2-4 若随机过程 $z(t)=m(t)=\cos(\omega_0 t+\theta)$，其中 $m(t)$是宽平稳随机过程，且自相关函数$R_m(\tau)$为

$$R_m(\tau)=\begin{cases}1+\tau & -1<\tau<0\\1-\tau & 0\le\tau<1\\0 & \text{其他}\tau\end{cases}$$

θ是服从均匀分布的随机变量，它与$m(t)$彼此统计独立。

(1)证明是宽平稳的；

(2)绘出自相关函数$R_z(\tau)$的波形；

(3)求功率谱密度$P_z(\omega)$及功率S。

解 (1)因为 $m(t)$ 是宽平稳的随机过程，所以其均值为 $E[m(t)]=a$（常数）而 θ 是服从均匀分布的，所以 $f(\theta)=1/2\pi$，$(0\leqslant\theta\leqslant 2\pi)$，又因为 θ 是与 $m(t)$ 彼此统计独立的，所以

$$
\begin{aligned}
E[z(t)] &= E[m(t)\cos(\omega_0 t+\theta)] = \\
&= E\{m(t)[\cos\omega_0 t\cos\theta - \sin\omega_0 t\sin\theta]\} \\
&= E[m(t)]E[\cos\omega_0 t\cos\theta - \sin\omega_0 t\sin\theta] \\
&= a\int_0^{2\pi}[\cos\omega_0 t\cos\theta - \sin\omega_0 t\sin\theta]\frac{1}{2\pi}d\theta = 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_z(t_1,t_2) &= E[z(t_1)z(t_2)] = E[m(t_1)\cos(\omega_0 t_1+\theta)m(t_2)\cos(\omega_0 t_2+\theta)] \\
&= E[m(t_1)m(t_2)]E[\cos(\omega_0 t_1+\theta)\cos(\omega_0 t_2+\theta)] \\
&= 0.5R_m(\tau)E\{\cos[\omega_0(t_1+t_2)+2\theta]+\cos\omega_0(t_2-t_1)\} \\
&= 0.5R_m(\tau)\{E[\cos\omega_0(t_2-t_1)]+E[\cos\omega_0(t_1+t_2)\cos 2\theta - \\
&\quad \sin\omega_0(t_1+t_2)\sin 2\theta\ ]\} \\
&= 0.5R_m(\tau)\{E[\cos\omega_0(t_2-t_1)]+0\} \\
&= 0.5R_m(\tau)\cos\omega_0\tau \qquad\qquad \{令 t_2-t_1=\tau\}
\end{aligned}
$$

由于 $R_z(t_1,t_2)$ 与时间起点无关，而只与时间间隔有关，且 $E[z(t)]=0$ 与时间无关，所以 $z(t)$ 是宽平稳的。

$$
(2)R_z(\tau)=0.5R_m(\tau)\cos\omega_0\tau=\begin{cases}0.5(1+\tau)\cos\omega_0\tau & -1<\tau<0\\ 0.5(1-\tau)\cos\omega_0\tau & 0\leq\tau<1\\ 0 & 其他\end{cases}
$$

$R_z(\tau)$ 的波形可以看成一个余弦函数和一个三角波的乘积。如图2.1所示。

(3)因为 $z(t)$ 是宽平稳的，所以，$P_Z(\omega)\Leftrightarrow R_Z(\tau)$

$$
\begin{aligned}
P_z(\omega) &= \frac{1}{2\pi}\times\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]*0.5Sa^2\left(\frac{\omega}{2}\right) \\
&= \frac{1}{4}\left\{\frac{Sa^2(\omega+\omega_0)}{2}+\frac{Sa^2(\omega-\omega_0)}{2}\right\}
\end{aligned}
$$

$$
S=R_z(0)=\frac{1}{2}
$$

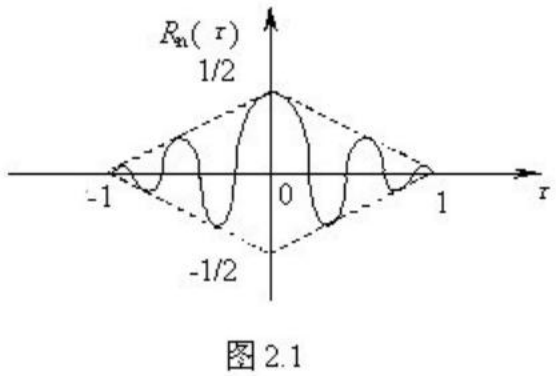


图 2.1

2－5已知噪声n(t)的自相关函数$R_n(\tau)=\frac{a}{2}e^{-a|\tau|}$,a为常数；

(1) 求$P_n(\omega)$及S;

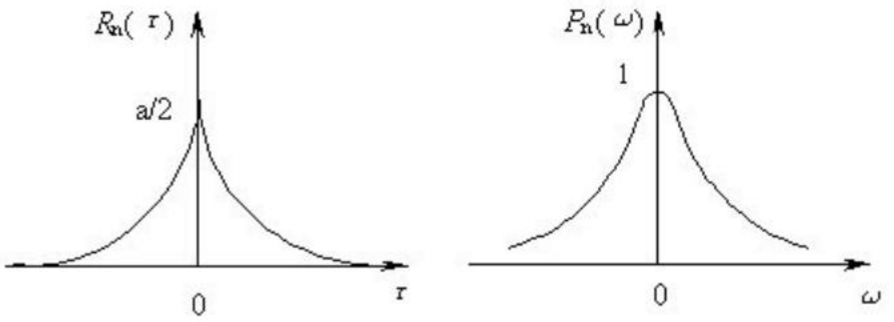
(2) 绘出$R_n(\tau)$及$P_n(\omega)$图形。

解 (1)由已知条件$n(t)$ 是平稳随机过程，则有$P_n(\omega)\Leftrightarrow R_n(\tau)$

$$P_n(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_n(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau=\frac{a}{2}\cdot\frac{2a}{a^2+\omega^2}=\frac{a^2}{a^2+\omega^2}$$

$$S=R_n(0)=\frac{a}{2}$$

(2)$R_n(\tau)$及$P_n(\omega)$图形如图2.2所示



2－6 RC 低通滤波器如图 2.3 所示。当输入均值为零，功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声时：

(1)求输出过程的功率谱密度和自相关函数；

(2)求输出过程的一维概率密度函数。

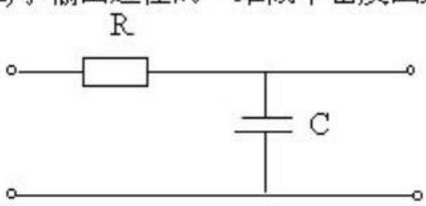


图 2.3

解

(1) $H(\omega)=\dfrac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}=\dfrac{1}{1+j\omega RC}$

$|H(\omega)|^2=\dfrac{1}{1+(\omega RC)^2}$

输出功率谱密度为

$P_0(\omega)=|H(\omega)|^2P_i(\omega)=\dfrac{n_0}{2}\cdot\dfrac{1}{1+(\omega RC)^2}$

因为$P_0(\omega)\Leftrightarrow R_0(\tau)$,利用$e^{-a|\tau|}\Leftrightarrow\dfrac{2a}{a^2+\omega^2}$

自相关函数为$R_0(\tau)=\dfrac{n_0}{4RC}\exp\left(-\dfrac{|\tau|}{RC}\right)$

(2)因为高斯过程通过线性 系统后仍为高斯过程。

而$E[\xi_0(t)]=E[\xi_i(t)]H(0)=0$

$\sigma^2=R_0(0)-R_0(\infty)=\dfrac{n_0}{4RC}$

所以输出过程的一维概 率密度函数为

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right)$

其中 $\sigma^2=\dfrac{n_0}{4RC}$

2－7 $\xi(t)$ 是一个平稳随过程，它的自相关函数是周期为 $2s$ 的周期函数。在区间（－1，1）（s）上，该自相关函数 $R(\tau)=1-|\tau|$.试求 $\xi(t)$ 的功率谱密度 $P_\xi(\omega)$,并用图形表示。

解　因为$\xi(t)$是一个平稳随机过程，所以$P_\xi(\omega)\Leftrightarrow R_\xi(\tau)$

对$R(\tau)$进行傅里叶变换，得 $P(\omega)=Sa^2\left(\frac{\omega}{2}\right)$

$$P_\xi(\omega)=\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}X_T(\omega)\delta\left(\omega-n\frac{2\pi}{T}\right)=\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}Sa^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\delta(\omega-n\pi)$$

图形如图 2.4 所示

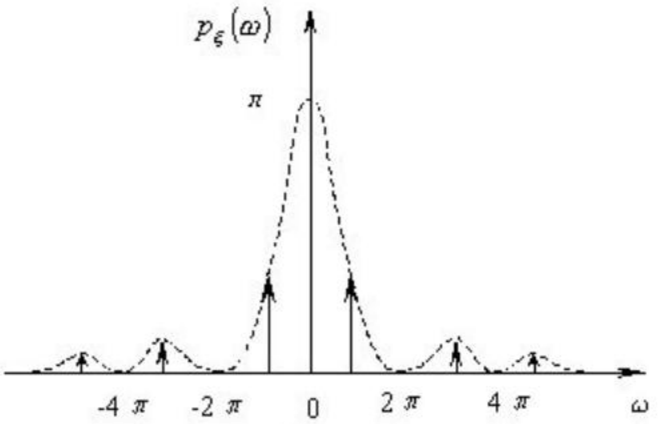
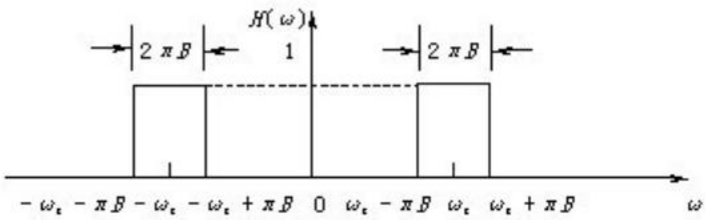


图 2.4

2-8 将一个均值为零、功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声加到一个中心角频率为 ω_c、带宽为 B 的理想带通滤波器上，如图 2.5 所示。

(1)求滤波器输出噪声的自相关函数；

(2)写出输出噪声的一維概率密度函数。



解（1）将高斯白噪声加到一个理想带通滤波器上，其输出是一个窄带高斯白噪声。

$$|H(\omega)| = \begin{cases} 1 & \omega_c - \pi B \le |\omega| \le \omega_c + \pi B \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$P_0(\omega) = |H(\omega)|^2 P_i(\omega)$$

$$= \begin{cases} \dfrac{n_0}{2} & \omega_c - \pi B \le |\omega| \le \omega_c + \pi B \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

又因为 $P_0(\omega) \Leftrightarrow R_0(\tau)$

所以 $R_0(\tau) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} P_0(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c-\pi B}^{-\omega_c+\pi B} \frac{n_0}{2} e^{j\omega\tau} d\omega + \frac{1}{2\pi}\int_{\omega_c-\pi B}^{\omega_c+\pi B} \frac{n_0}{2} e^{j\omega\tau} d\omega$$

$$= n_0 B Sa(\pi B\tau)\cos\omega_c\tau$$

（2）因为高斯过程经过线形系统后仍是高斯过程，所以输出噪声的一维概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$$

因为 $E[\xi_i(t)] = 0$

所以 $a = E[\xi_0(t)] = E[\xi_i(t)]H(0) = 0$

$\sigma^2 = R_0(0) - R_0(\infty) = n_0 B$

所以输出噪声的一维概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n_0 B}}\exp\left[-\frac{x^2}{2n_0 B}\right]$$

2－9 图2.6为单个输入，两个输出的线性过滤器，若输入过程 $\eta(t)$ 是平稳的，求 $\xi_1(t)$ 与 $\xi_2(t)$ 的互功率谱密度的表示式。

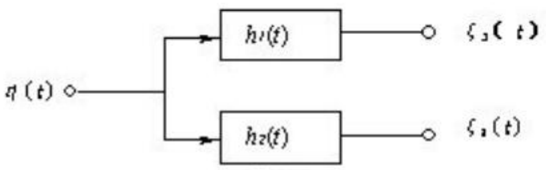


图2.6

解　设 $\eta(t)$ 的自功率谱密度为 $P_\eta(\omega)$

$$\xi_1(t)=\eta(t)*h_1(t)=\int_0^\infty h_1(\tau)\eta(t-\tau)d\tau$$

$$\xi_2(t)=\eta(t)*h_{21}(t)=\int_0^\infty h_2(\tau)\eta(t-\tau)d\tau$$

互相关函数为

$$R_{12}(t_1,t_2)=E[\varepsilon_1(t_1)\varepsilon_2(t_2)]$$

$$=E\left[\int_0^\infty h_1(\alpha)\eta(t_1-\alpha)d\alpha\int_0^\infty h_2(\beta)\eta(t_2-\beta)d\beta\right]$$

$$=\int_0^\infty\int_0^\infty h_1(\alpha)h_2(\beta)E[\eta(t_1-\alpha)\eta(t_2-\beta)]d\alpha d\beta$$

根据$\eta(t)$平稳性，$E[\eta(t_1-\alpha)\eta(t_2-\beta)]=R_\eta(\tau+\alpha-\beta)\quad \tau=t_2-t_1$

$$R_{12}(t_1,t_2)=\int_0^\infty\int_0^\infty h_1(\alpha)h_2(\beta)R_\eta(\tau+\alpha-\beta)d\alpha d\beta=R_{12}(\tau)$$

互功率谱密度为$P_{12}(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_{12}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}d\tau\int_0^\infty d\alpha\int_0^\infty h_1(\alpha)h_2(\beta)R_\eta(\tau+\alpha-\beta)e^{-j\omega\tau}d\beta$$

令　$\tau'=\tau+\alpha-\beta$,则$d\tau=d\tau'$, $e^{-j\omega\tau}=e^{-j\omega\tau'}e^{j\omega\alpha}e^{-j\omega\beta}$

所以　$P_{12}(\omega)=\int_0^\infty h_1(\alpha)e^{j\omega\alpha}d\alpha\int_0^{+\infty}h_2(\beta)e^{-j\omega\beta}d\beta\int_{-\infty}^{+\infty}R_\eta(\tau')e^{-j\omega\tau'}d\tau'$

$$=H_1^*(\omega)H_2(\omega)P_\eta(\omega)$$

2－10 若 $\xi(t)$是平稳随机过程，自相关函数为 $R_\xi(t)$，试求它通过如图 2.7 系统后的自相关函数及功率谱密度。

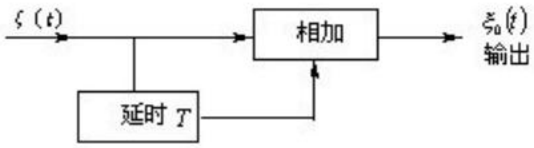


图2.7

解 $\xi_0(t)=\xi(t)+\xi(t-T)$

$$R_\xi(\tau)=E[\xi(t_1)\xi(t_2)]\qquad (t_2-t_1=\tau)$$

$$R_\xi(t_1,t_2)=E[\xi_0(t_1)\xi_0(t_2)]$$

$$=E\{[\xi(t_1)+\xi(t_1-T)][\xi(t_2)+\xi(t_2-T)]\}$$

$$=E[\xi(t_1)\xi(t_2)+\xi(t_1)\xi(t_2-T)+\xi(t_1-T)\xi(t_2)+\xi(t_1-T)\xi(t_2-T)]$$

$$=2R_\xi(\tau)+R_\xi(\tau-T)+R_\xi(\tau+T)\qquad 令t_2-t_1=\tau$$

根据$R_0(\tau)\Leftrightarrow P_0(\omega)$，$R_\xi(\tau)\Leftrightarrow P(\omega)$

$$P_0(\omega)=2P(\omega)+P(\omega)e^{j\omega T}+P(\omega)e^{-j\omega T}$$

$$=P(\omega)(2+e^{j\omega T}+e^{-j\omega T})$$

$$=2P(\omega)(1+\cos\omega T)$$

2－11 一噪声的功率谱密度如图 2.8 所示，试求其自相关函数为 $KSa(\Omega\tau/2)\cdot\cos\omega_0\tau$。

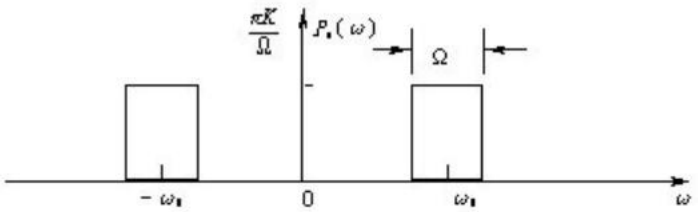


图 2.8

解　对$P_n(\omega)$进行傅里叶反变换，得自相关函数$R_n(\tau)$为

$$R_n(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}P_n(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}P_n(\omega)(\cos\omega\tau+j\sin\omega\tau)d\omega$$

因为$P_n(\omega)$为偶函数，所以

$$R_n(\tau)=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{+\infty}P_n(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega=\frac{1}{\pi}\int_{\omega_0-\Omega/2}^{\omega_0+\Omega/2}\frac{\pi K}{\Omega}\cos\omega\tau d\omega$$

$$=\mathrm{KSa}(\Omega\tau/2)\cdot\cos\omega_0\tau$$

2－12 证明平稳随机过程$x(t)$ 的自相关函数满足：$R_x(0)\geqslant|R_x(\tau)|$

证明：因为$x(t)$ 是平稳随机过程，所以有

$$R_x(\tau)=E\left[x(t)x(t+\tau)\right]$$

$$R_x(0)=E\left[x^2(t)\right]$$

因为$E\left[x(t)\pm x(t+\tau)\right]^2\geq 0$

所以$E\left[x^2(t)\pm 2x(t)x(t+\tau)+x^2(t+\tau)\right]\geq 0$

$$E\left[x^2(t)\right]+E\left[x^2(t+\tau)\right]\geq \pm 2E\left[x(t)x(t+\tau)\right]$$

$$E\left[x^2(t)\right]\geq\left|E\left[x(t)x(t+\tau)\right]\right|$$

$$R_x(0)\geq\left|R_x(\tau)\right|$$

2－13已知$x_1(t)$和$x_2(t)$为相互独立的平稳高斯随机过程，$x_1(t)$的数学期望为a_1，方差为σ_1^2，$x_2(t)$的数学期望为a_2，方差为σ_2^2，设$x(t)=x_1(t)+x_2(t)$

(1)试求随机过程$x(t)$的数学期望a和方差σ^2；

(2)试求随机过程$x(t)$的一维概率密度函数$f(x)$

解 (1)因为$x_1(t)$和$x_2(t)$相互独立，则

$$E[x_1(t)x_2(t)] = E[x_1(t)]E[x_2(t)]$$

且$E[x_1(t)] = a_1, E[x_2(t)] = a_2$

$$a = E[x(t)] = E[x_1(t) + x_2(t)] = a_1 + a_2$$

$$D[x_1(t)] = \sigma_1^2, D[x_2(t)] = \sigma_2^2$$

$$D[x(t)] = E[x^2(t)] - E^2[x(t)]$$

则$E[x_1^2(t)] = \sigma_1^2 + a_1^2$

$$E[x_2^2(t)] = \sigma_2^2 + a_2^2$$

$$\sigma^2 = D[x(t)] = E\{[x_1(t) + x_2(t)]^2\} - E^2[x_1(t) + x_2(t)]$$

$$= E[x_1^2(t) + 2x_1(t)x_2(t) + x_2^2(t)] - (a_1 + a_2)^2$$

$$= \sigma_1^2 + a_1^2 + 2a_1a_2 + \sigma_2^2 + a_2^2 - a_1^2 - 2a_1a_2 - a_2^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$$

(2)因为$x_1(t)$和$x_2(t)$均为平稳高斯随机过程，$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$是线性组合，所以x(t)也是高斯随机过程，其一维概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} e^{\frac{(x - a_1 - a_2)^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}$$

2-14 将均值为零，功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声加到如图 2.9 所示的低通滤波器的输入端。

(1)输出过程 $n_0(t)$的自相关函数；

(2)求输出过程 $n_0(t)$的方差。

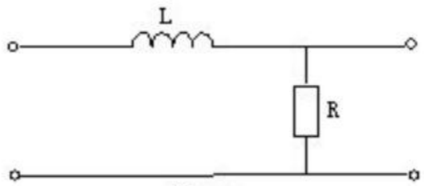


图 2.9

解 (1)输入过程的功率谱密度为

$$P_i(\omega) = \frac{n_0}{2}$$

LR低通滤波器的传输函数为

$$H(\omega) = \frac{R}{R + j\omega L}$$

$$P_o(\omega) = |H(\omega)|^2 P_i(\omega) = \frac{n_0}{2} \cdot \frac{R^2}{R^2 + (\omega L)^2}$$

自相关函数为$R_o(\tau) = \dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P_o(\omega)\ e^{j\omega\tau} d\omega = \dfrac{Rn_0}{4L}\exp\left(-\dfrac{R|\tau|}{L}\right)$

(2)因为输入过程均值为零，所以输出过程均值也为零其方差为

$$\sigma^2 = R_o(0) = \frac{Rn_0}{4L}$$

2-15 一正弦波加窄带高斯过程为

$z(t)=A\cos(\omega_c t+\theta)+n(t)$

(1)求 $z(t)$通过能够理想的提取包络的平方律检波器后的一维概率分布函数。

(2)若 A=0，重做（1）。

解　(1)已知正弦波加窄带高斯过程的包络的一维概率分布函数为

$$f(z)=\frac{z}{\sigma^2}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(z^2+A^2)\right]I_0\left(\frac{Az}{\sigma^2}\right)\quad z\ge 0$$

令$u=z^2$

$$f(u)du=f(z)dz$$

$$f(u)=f(z)\frac{dz}{du}=f(z)\frac{1}{2z}$$

$$f(u)=\frac{1}{2z}\frac{z}{\sigma^2}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(z^2+A^2)\right]I_0\left(\frac{Az}{\sigma^2}\right)$$

即$f(z^2)=\frac{1}{2\sigma^2}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(z^2+A^2)\right]I_0\left(\frac{Az}{\sigma^2}\right)\quad z\ge 0$

(2)当$A=0$时，$f(z^2)=\frac{1}{2\sigma^2}\exp\left[-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right]\quad z\ge 0$

第三章 信道

3－1 设一恒参信道的幅频特性和相频特性分别为

$$\begin{cases}|H(\omega)|=K_0\\ \varphi(\omega)=-\omega t_d\end{cases}$$

其中，K_0和 t_d都是常数。试确定信号 $s(t)$通过该信道后的输出信号的时域表示式，并讨论之。

解　由已知条件得传输函数为：$H(\omega)=|H(\omega)|e^{j\varphi(\omega)}=K_0e^{j\varphi(\omega)}$

所以冲激响应为：$h(t)=K_0\delta(t-t_d)$

输出信号为：$y(t)=s(t)*h(t)=K_0s(t-t_d)$

讨论：该恒参信道满足无失真条件，所以信号在传输过程中无失真，

但其幅度是原来的K_0倍，传输以后有一个大小为t_d的迟延。

3－2 设某恒参信道的幅频特性为 $H(\omega)=[1+\cos T_0]\exp(-j\omega t_d)$，其中，$t_d$为常数。试确定信号 $s(t)$通过该信道后输出信号的时域表示式，并讨论之。

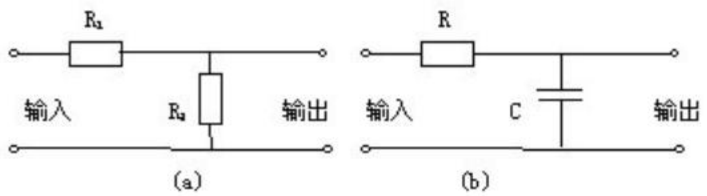
解　$H(\omega)=[1+\cos\omega T_0]e^{-j\omega t_d}=e^{-j\omega t_d}+\frac{1}{2}(e^{j\omega T_0}+e^{-j\omega T_0})e^{-j\omega t_d}$

$$h(t)=\delta(t-t_d)+\frac{1}{2}\delta(t-t_d+T_0)+\frac{1}{2}\delta(t-t_d-T_0)$$

输出信号

$$y(t)=s(t)*h(t)=s(t-t_d)+\frac{1}{2}s(t-t_d+T_0)+\frac{1}{2}s(t-t_d-T_0)$$

3-3 今有两个恒参信道，其等效模型分别如图 3.1 所示。试求这两个信道的群迟延特性及画出它们的群迟延曲线，并说明信号通过它们时有无群迟延失真。



解 (a)图电路传输函数 $H(\omega)=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$

相频特性$\varphi_1(\omega)=0$

群迟延频率特性$\tau_a(\omega)=\dfrac{d\varphi_1(\omega)}{d\omega}=0$

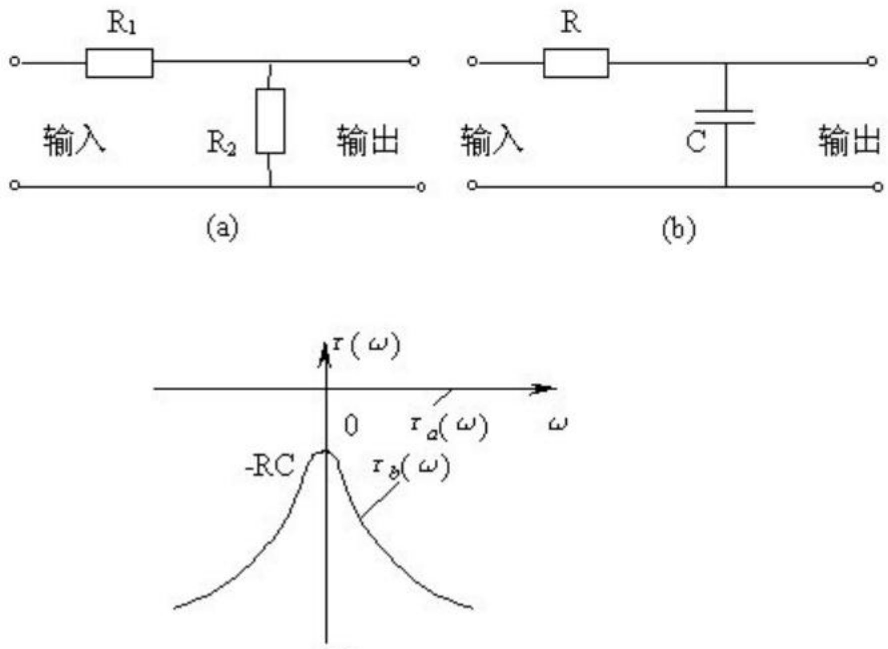
(b)图电路传输函数 $H(\omega)=\dfrac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}=\dfrac{1}{1+j\omega RC}$

幅频特性$|H(\omega)|=\dfrac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$

相频特性$\varphi_2(\omega)=-\arctan(\omega RC)$

群迟延频率特性$\tau_b(\omega)=\dfrac{d\varphi_2(\omega)}{d\omega}=-\dfrac{RC}{1+(\omega RC)^2}$

因为（a)图电路中R_1和R_2均为电阻，电路传输函数与ω无关，$\tau_a(\omega)=0$为常数，所以没有群迟延失真。（b)图的$\varphi_2(\omega)\sim\omega$是非线性关系，所以有群迟延失真。群迟延特性曲线如图3.1(c)所示。



(C)

图 3.1

3－4 一信号波形 $s(t)=A\cos\Omega t\cos\omega_c t$, 通过衰减为固定常数值，存在相移的网络。试证明：若 $\omega_c\gg\Omega$，且 $\omega_c\pm\Omega$ 附近的相频特性曲线可近似为线性，则该网络对 $s(t)$的迟延等于它的包络的迟延（这一原理常用来测量群迟延特性）。

解 $s(t)=A\cos\Omega t\cos\omega_0 t=\frac{A}{2}[\cos(\omega_0+\Omega)t+\cos(\omega_0-\Omega)t]$

若 $\omega_0\gg\Omega$，则 $s(t)$可看成双边带调制信号，且 $s(t)$的包络为 $A\cos\Omega t$，根据 $\omega_0\pm\Omega$ 附近的相频特性曲线可近似为线性，可假设网络传输函数为

$H(\omega)=K_0\exp(-j\omega t_d)$

冲激响应为 $h(t)=K_0\delta(t-t_d)$

输出信号 $y(t)=s(t)*h(t)=(A\cos\Omega t\cos\omega_0 t)*K_0\delta(t-t_d)$

$=AK_0\cos\Omega(t-t_d)\cos\omega_0(t-t_d)$

所以，该网络对 $s(t)$的迟延等于其对包络的迟延，

即 $A\cos\Omega t*K_0\delta(t-t_d)=AK_0\cos\Omega(t-t_d)$

3-5 瑞利型衰落的包络值 V为何值时，V的一維概率密度函数有最大值？

解 瑞利型衰落的包络一維概率密度函数为

$$f(V)=\frac{V}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right)\quad(V\ge 0,\sigma>0)$$

要使$f(V)$为最大值，令$\frac{df}{dV}=0$

即$\frac{1}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right)+\frac{V}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right)\cdot\left(-\frac{2V}{2\sigma^2}\right)=0$

所以$V=\sigma$即为V的最大值

3－6 瑞利型衰落的包络值 V的一維概率密度函数为

$$f(V)=\frac{V}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right)\quad(V\ge 0,\sigma>0)$$

求包络值V的数学期望和方差

解 $E(V)=\int_{-\infty}^{+\infty}Vf(V)dV=\int_0^{+\infty}\left(\frac{V^2}{\sigma^2}\right)\exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right)dV=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$

$E(V^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}V^2f(V)dV=\int_0^{+\infty}V^2\left(\frac{V}{\sigma^2}\right)\exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right)dV=2\sigma^2$

所以$D[V]=E[V^2]-(E[V])^2=2\sigma^2-\frac{\pi\sigma^2}{2}=\left(2-\frac{\pi}{2}\right)\sigma^2$

3－7 假设某随参信道的两径时延差 τ 为 1ms，试问该信道在哪些频率上传输损耗最大？选用哪些频率传输信号最有利？

解 根据频率选择性衰落特性：

传输极点：$\omega=\frac{2\pi n}{\tau}$即$f=\frac{n}{\tau}=n$kHZ时对传输最有利

传输零点：$\omega=\frac{(2n+1)\pi}{\tau}$即$f=\frac{n+0.5}{\tau}=(n+0.5)$kHZ时传输损耗最大

其中，n为正整数，τ=1ms

3-8 设某随参信道的最大多径时延差等于 $3ms$，为了避免发生选择性衰落，试估计在该信道上传输的信号的码元脉冲宽度。

解 由已知条件最大多径时延差$\tau_{max}=3ms$

所以信道相关带宽$\Delta f=\frac{1}{\tau_{max}}=\frac{1}{3}$KHZ

根据工程经验通常取信号带宽$\Delta f_s=\left(\frac{1}{5}\sim\frac{1}{3}\right)$，则$\Delta f_s=\left(\frac{1}{15}\sim\frac{1}{9}\right)$khz

故码元宽度$T_s=\frac{1}{\Delta f_s}=(9\sim 15)ms$

3－9 二进制无记忆编码信道模型如图 3.2 所示，如果信息传输速率是每秒 1000 符号，且 $p(x_1)=p(x_2)=1/2$，试求：

(1)信息源熵及损失熵；

(2)信道传输信息的速率。

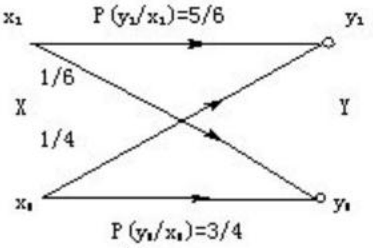


图 3.2

解 （1）$H(x)=-\left(\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}\right)=1bit/$符号

$$H(\frac{x}{y})=-\left(\frac{1}{6}\log_2\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}\right)=0.930bit/\text{符号}$$

$$(2)R=r\left[H(x)-H(\frac{x}{y})\right]=1000\times(1-0.930)=70bit/\text{符号}$$

3－10 若两个电阻的阻值都为 1000Ω，它们的温度分别为 300K 和 400K，试求这两个电阻串联后两端的噪声功率谱密度。

解 $P_{n1}=(\omega)=2KT_1R_1=2KT_1R$

$P_{n2}=(\omega)=2KT_2R_2=2KT_2R$

两个电阻串联后两端的噪声功率谱密度

$P(\omega)=P_{n1}(\omega)+P_{n2}(\omega)=2KR(T_1+T_2)=19.32\times10^{-18}W/Hz$

式中 k 为波尔兹曼常数，$k=1.38\times10^{-23}J/K$

3－11 具有 6.5MHz 带宽的某高斯信道，若信道中信号功率与噪声功率谱密度之比为 45.5MHz，试求其信道容量。

解 根据香农公式$C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$

由已知条件$B=6.5MHz,S/n_0=45.5MHz$

所以$C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)=B\log_2\left(1+\frac{S}{n_0B}\right)$

$$=6.5\times10^6\times\log_2\left(1+\frac{45.5\times10^6}{6.5\times10^6}\right)=19.5\times10^6b/s$$

解 信道容量为$C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)=4\times10^3\times\log_2(1+63)=2400b/s$

故理想系统传信率$R_b=C=2400b/s$，因为$R_b<C$

故差错率$P_e=0$。

3－13 某一待传输的图片约含 2.25×10^6 个像元。为了很好的重现图片，需要 12 个亮度电平。假若所有的这些亮度电平等概率出现。试计算用 3min 传送一张图片时所需的信道带宽（设信道中所需信噪功率比为 30dB）

解　每个像元x的平均信息量为

$$H(x)=\sum_{i=1}^{12}P(x_i)\log_2\frac{1}{P(x_i)}=\log_2 12=3.58bit/符号$$

一幅图片的平均信息量为$I=2.25\times10^6\times3.58=8.06\times10^6 bit$

3 min 传送一张图片的平均信息速率

$$R_b=\frac{I}{t}=\frac{8.06\times10^6}{3\times60}=4.48\times10^4 b/s$$

因为信道容量$C\geq R_b$选取$C=R_b$,根据$C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$

所以信道带宽$B=\dfrac{C}{\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)}=\dfrac{4.48\times10^4}{\log_2 1001}=4.49\times10^3 Hz$

3-14 计算机终端通过电话信道传输数据，电话信道带宽为 3.2kHz, 信道输出的信噪比 S/N=30 dB. 该终端输出 256 个符号，且各符号相互独立，等概出现。

(1)计算信道容量;

(2)求无误码传输的最高符号速率。

解　(1)由已知条件

$10\lg\frac{S}{N}=30dB$,则$\frac{S}{N}=1000$所以

$$C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)=3.2\times10^3\log_2(1+1000)=3.2\times10^4 bit/s$$

(2)无误码传输时，$R_b=C=3.2\times10^4 bit/s$

$$R_{BN}=\frac{R_b}{\log_2 N}=\frac{3.2\times10^4}{\log_2 256}=4000B$$

3-15 假设在一个信道中，采用二进制方式传送数据, 码元传输速率为 2000B, 信道带宽为 4000Hz，为了保证错误概率 $P_e\leqslant C$, 要求信道输出信噪比 $S/N\geqslant31$ (约 15 dB), 试估计该系统的潜力。

解　系统的潜力即为实际系统传输信息的速率与该系统信道容量的比值. 比值越小，潜力越大。

$$C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)=4000\log_2(1+31)=20000bit/s$$

$$R_b=R_{B2}=2000bit/s$$

潜力$\dfrac{R_b}{C}=\dfrac{1}{10}$

3-16 已知某信道无差错传输的最大信息速率为 R_{bmax}, 信道的带宽为 $B=R_{bmax}/2$, 设信道中噪声为高斯白噪声，单边功率谱密度为 n_0, 试求此时系统中信号的平均功率。

解　$C=B\log_2\left(1+\dfrac{S}{n_0B}\right)$

$1+\dfrac{S}{\frac{n_0\cdot R_{bmax}}{2}}=2^{C/B}$　由已知条件$C=R_{bmax}, B=\dfrac{R_{bmax}}{2}$

所以$S=\dfrac{3}{2}n_0\cdot R_{bmax}$

3-17 已知电话信道的带宽为 3.4kHz，试求：

(1)接收端信噪比为 30dB 时的信道容量；

(2)若要求信道能传输 4800b/s 的数据，则接收端要求最小信噪比为多少？

解　(1)S/N=1000(即 30dB)

$$信道容量C = B\log_2(1+\frac{S}{N}) = 3.4\times10^3\log_2(1+1000) \approx 3.4\times10^4 b/s$$

$$(2)因为C = B\log_2(1+\frac{S}{N})$$

$$所以\frac{S}{N} = 2^{C/B} - 1 = 2^{48/34} - 1 = 1.66 = 2.2dB$$

3-18 黑白电视图像每幅含有 3×10^5 个像素，每个像素有 16 个等概出现的亮度等级。要求每秒钟传送 30 帧图像。若信号输出 S/N=30dB，计算传输该黑白电视图像所要求的信道的最小带宽。

解 每个像素所含信息量 $H=\log_2 16=4bit$

信道容量 $C=4\times3\times10^5\times30=(3.6\times10^7)b/s$

又因为 S/N=1000(30dB)

所以信道最小带宽为

$$B = \frac{C}{\log_2(1+S/N)} = \frac{3.6\times10^7}{\log_2(1+1000)} = (3.6\times10^6)Hz$$

3-19 设某恒参信道可用如图 3.3 所示的线性二端对网络来等效。试求它的传输函数 $H(\omega)$，并说明信号通过该信道时会产生哪些失真。

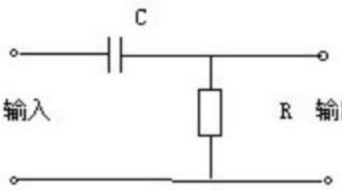


图 3.3

解　传输函数　$H(\omega) = \dfrac{R}{R+\dfrac{1}{j\omega C}} = \dfrac{j\omega RC}{1+j\omega RC}$

幅频特性 $|H(\omega)| = \dfrac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$

相频特性 $\varphi(\omega) = \arctan\dfrac{1}{\omega RC}$

群迟延频率特性 $\tau(\omega) = \dfrac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = -\dfrac{RC}{1+(\omega RC)^2}$

因为幅频特性不是常数，所以信号通过该信道会有幅度－频率畸变，又因为群迟延－频率特性不是常数，所以有群迟延畸变。

3-20 如图 3.4(a)所示的传号和空号之间的数字信号通过一随参信道。已知接收是通过该信道两条路径的信号之和。设两径的传输衰减相等（均为 d_0），且时延差 $\tau=T/4$。试画出接收信号的波形示意图。

解　接收信号为 $s_0(t)=d_0s(t-t_0)+d_0s(t-t_0-\frac{T}{4})$　其中 t_0 为两条路径的固定时延

接收信号波形如图 3.4(b)所示

讨论

(1)合成波形 $s_0(t)$ 比原来展宽了，易产生对邻近码元的串扰。

(2)若接收端在每个码元中心判决，只要空号不被弥散覆盖，仍可有效判决。

(3)若传号宽度减小，则时间弥散影响将减小，使码间串扰减小。

(4)为减少时延 τ 的影响，应选码元宽度为 $T=(3\sim5)\ \tau$。

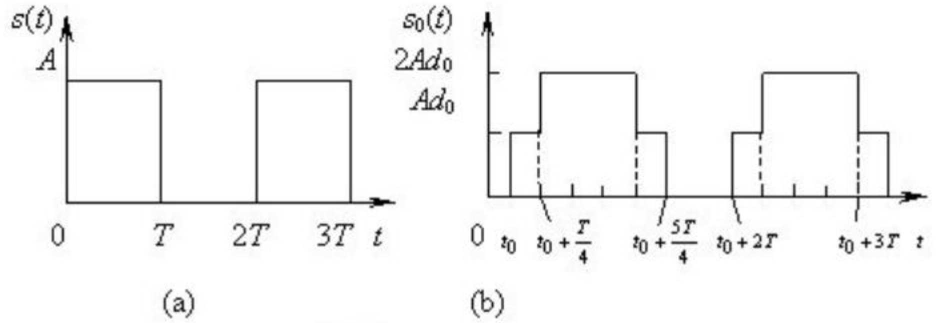


图 3.4

第四章　模拟信号调制

4-1 已知线性调制信号表示式为 (1) $\cos\Omega t\cos\omega_c t$　(2) $(1+0.5\sin\Omega t)\cos\omega_c t$

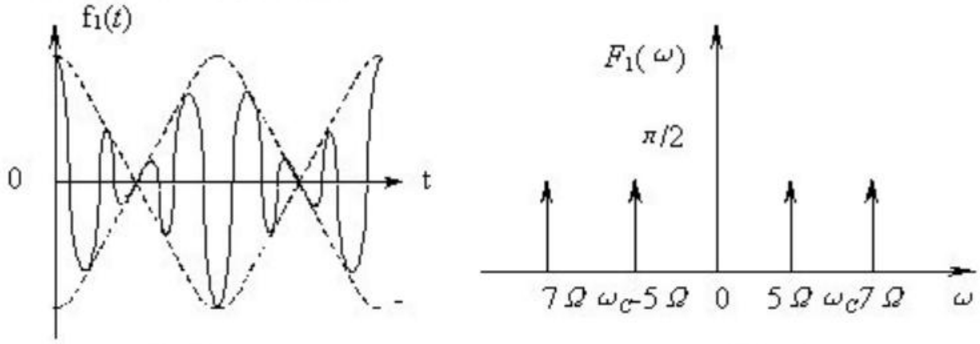
式中，$\omega_c=6\Omega$。试分别画出它们的波形图和频谱图。

解 （1）$f_1(t)=\cos t\cos\omega_c t$ 波形如图 4.1(a)所示

$$频谱为F_1(\omega)=\frac{1}{2\pi}\{\pi[\delta(\omega-\Omega)+\delta(\omega+\Omega)]*\pi[\delta(\omega-\omega_C)+\delta(\omega+\omega_C)]\}$$

$$=\frac{\pi}{2}[\delta(\omega+7\Omega)+\delta(\omega+5\Omega)+\delta(\omega-7\Omega)+\delta(\omega-5\Omega)]$$

频谱图如图 4.1(b)所示。



(a)$f_1(t)$波形图 (b)$f_1(t)$频谱图

图 4.1

（2）$f_2(t)=(1+0.5\sin t)\cos\omega_c t$的波形如图 4.2(a)所示

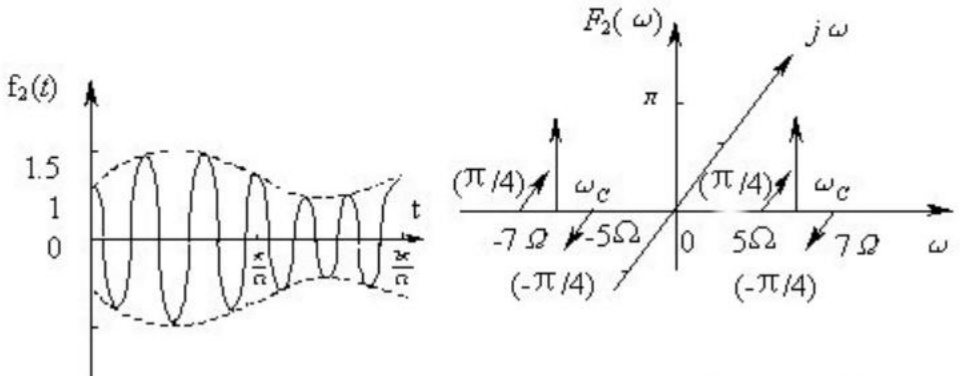
$$F_2(\omega)=\pi[\delta(\omega-\omega_C)+\delta(\omega+\omega_C)]+$$

$$\frac{0.5}{2\pi}\left\{\frac{\pi}{j}[\delta(\omega-\Omega)+\delta(\omega+\Omega)]*\pi[\delta(\omega-\omega_C)+\delta(\omega+\omega_C)]\right\}$$

$$=\pi[\delta(\omega-6\Omega)+\delta(\omega+6\Omega)]+$$

$$\frac{j\pi}{4}[\delta(\omega+7\Omega)-\delta(\omega-7\Omega)-\delta(\omega+5\Omega)+\delta(\omega-5\Omega)]$$

频谱如图4.2所示



(a)$f_2(t)$波形图 (b)$f_2(t)$频谱图

图 4.2

4-2 已知调制信号$m(t)=\cos(2000\pi t)+\cos(4000\pi t)$载波为 $\cos10^4\pi t$,进行单边带调制，试确定该单边带信号的表示式，并画出频谱图。

解　因为$m(t)=\cos(2000\pi t)+\cos(4000\pi t)$

对$m(t)$进行希尔伯特变换得

$$\hat{m}(t)=\sin(2000\pi t)+\sin(4000\pi t)$$

故上边带信号为

$$S_{SSB}(t)=\frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t-\frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t$$
$$=\frac{1}{2}\cos(12000\pi t)+\frac{1}{2}\cos(14000\pi t)$$

下边带信号为

$$S_{SSB}(t)=\frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t+\frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t$$
$$=\frac{1}{2}\cos(8000\pi t)+\frac{1}{2}\cos(6000\pi t)$$

频谱如图4.3所示

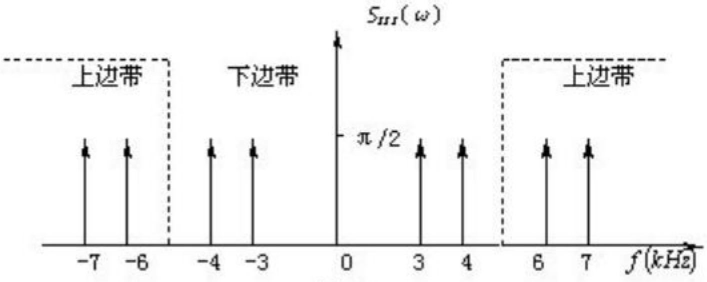


图4.3

4-3 将调幅波通过滤波器产生残留边带信号，若此滤波器的传输函数$H(\omega)$如图4.4所示（斜线段为直线）。当调制信号为$m(t)=A[\sin100\pi t+\sin6000\pi t$时，试确定所得的残留边带信号的表示式。

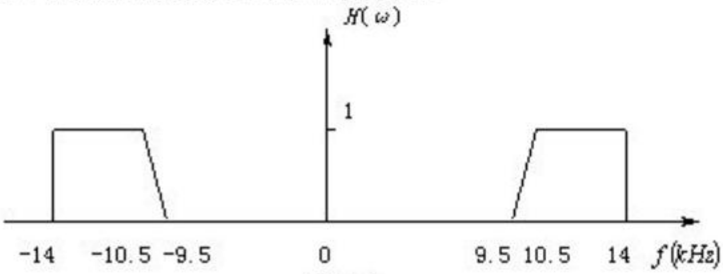


图4.4

解 图示的传输函数 $H(\omega)$ 它为残留边带滤波器，在载频f_c 处具有互补对称特性，可以看出调幅波的载频f_c 为 10*kHz*, 故知原调幅波为

$s_{AM}(t)=[m_0+m(t)]\cos(20000\pi t)$其频谱为

$$S_{AM}(\omega)=\pi m_0[\delta(\omega-20000\pi)+\delta(\omega+20000\pi)]+$$
$$\frac{1}{2}[M(\omega-20000\pi)+M(\omega+20000\pi)]$$

其中$M(\omega)=\dfrac{\pi A}{j}[\delta(\omega-100\pi)-\delta(\omega+100\pi)+\delta(\omega-6000\pi)-\delta(\omega+6000\pi)]$

残留边带信号的频谱为$S_{VSB}(\omega)=S_{AM}(\omega)H(\omega)$

根据$H(\omega)$的图形，可知

$H(9.95\times10^3\times2\pi)=0.45$

$H(13\times10^3\times2\pi)=1$

$H(7\times10^3\times2\pi)=0$

$H(10.05\times10^3\times2\pi)=0.55$

$H(10\times10^3\times2\pi)=0.5$

所以可得

$$S_{VSB}(\omega)=\frac{\pi m_0}{2}[\delta(\omega-20000\pi)+\delta(\omega+20000\pi)]+$$
$$\frac{\pi A}{2j}[0.55\delta(\omega-20100\pi)-0.45\delta(\omega-19900\pi)+$$
$$\delta(\omega-26000\pi)+0.45\delta(\omega+19900\pi)-$$
$$0.55(\omega+20100\pi)-\delta(\omega+26000\pi)\ ]$$

故残留边带信号为

$$s_{VSB}(t)=\frac{1}{2}m_0\cos(20000\pi t)+$$
$$\frac{A}{2}[0.55\sin(20100\pi t)-0.45\sin(19900\pi t)+\sin(26000\pi t)]$$

4-4 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}$ *W/Hz*, 在该信道中传输抑制载波的双边带信号，并设调制信号 $m(t)$的频带限制在 5*kHz*, 而载波为 100 *kHz*，已调信号的功率为 10*kW*, 若接收机的输入信号再加至解调器之前，先经过一理想带通滤波器滤波，试问：

(1)该理想带通滤波器应具有怎样的传输特性？

(2)解调器输入端的信噪功率比为多少？

(3)解调器输出端的信噪功率比为多少？

(4)求出解调器输出端的噪声功率谱密度，并用图形表示出来。

解 (1)为保证信号顺利通过，尽可能滤除带外噪声。

带通滤波器的宽度等于已调信号带宽即

$B = 2f_m = 2\times 5 = 10kHz$,其中心频率为$100kHz$,所以

$$H(\omega) = \begin{cases} K, & 95kHz \le |f| \le 105kHz \quad \text{其中}K\text{为常数} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(2)$S_i = 10kW$(已知)

$N_i = 2BP_n(f) = 2\times 10\times 10^3\times 0.5\times 10^{-3} = 10W$

则输入信噪比$\dfrac{S_i}{N_i} = 1000$

(3)因有$G = 2$故输出信噪比为$\dfrac{S_0}{N_0} = G\cdot\dfrac{S_i}{N_i} = 2\dfrac{S_i}{N_i} = 2000$

(4)根据双边带解调器输出的输出噪声与输入噪声功率关系，有

$N_0 = \dfrac{1}{4}N_i = 2.5W$，又因为$N_0 = 2P_{n0}(f)f_m$

所以$P_{n0}(f) = \dfrac{N_0}{2f_m} = \dfrac{2.5}{2\times 5\times 10^3} = (0.25\times 10^{-3})W/Hz \quad |f| \le 5kHz$

解调器输出端的噪声功率谱如图 4.5 所示

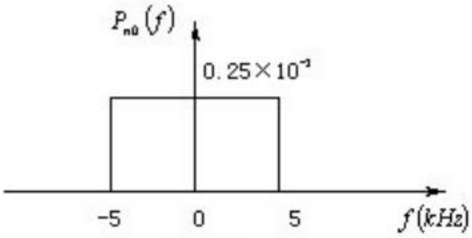


图 4.5

4-5 若对某一信号用 DSB 进行传输，设加至接收机的调制信号 $m(t)$的功率谱密度为

$$P_m(f) = \begin{cases} \dfrac{n_m}{2}\cdot\dfrac{|f|}{f_m}, & |f| \le f_m \\ 0, & |f| > f_m \end{cases}$$

试求：

(1)接收机的输入信号功率；

(2)接收机的输出信号功率；

(3)若叠加于 DSB 信号的白噪声具有双边功率谱密度为 $n_0/2$, 设解调器的输出端接有截止频率为f_m 的理想低通滤波器，那么，输出信噪功率比为多少？

解

(1)输入信号功率为$S_i = \dfrac{1}{2}\overline{m^2(t)} = \dfrac{1}{2}\int_{-f_m}^{+f_m} P_m(f)df = \dfrac{1}{4}n_m f_m$

(2)输出信号功率为$S_0 = \dfrac{1}{2}S_i = \dfrac{1}{8}n_m f_m$

(3)输入噪声功率为$N_i = n_0\cdot 2f_m = 2n_0 f_m$

对于相干解调方式，输出噪声功率为$N_0 = \dfrac{1}{4}N_i = \dfrac{1}{2}n_0 f_m$

故输出信噪比为$\dfrac{S_0}{N_0} = \dfrac{n_m}{4n_0}$

4-6 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}\ W/Hz$, 在该信道中传输抑制载波的单边（上边带）带信号，并设调制信号 $m(t)$的频带限制在 $5kHz$, 而载波为 100 kHz，已调信号的功率为 $10kW$, 若接收机的输入信号再加至解调器之前，先经过一理想带通滤波器滤波，试问：

(1)该理想带通滤波器应具有怎样的传输特性？

(2)解调器输入端的信噪功率比为多少？

(3)解调器输出端的信噪功率比为多少？

解 (1)理想带通滤波器

$$H(f)=\begin{cases}1 & 100kHz<|f|<105kHz\\ 0 & 其他\end{cases}$$

(2) 已知$S_i=10kW$

$$N_i=2f_m\cdot P_n(f)=2\times5\times10^3\times0.5\times10^{-3}=5W$$

$$所以\frac{S_i}{N_i}=2000$$

(3) 因为SSB调制制度增益$G=1$,所以$\frac{S_0}{N_0}=\frac{S_i}{N_i}=2000$

4-7 某线性调制系统的输出信噪比为 20 dB, 输出噪声功率为 $10^{-9}W$，由发射机输出端到解调器输入端之间总的传输损耗为 100 dB，试求

(1)DSB/SC 时的发射机输出功率

(2)SSB/SC 时的发射机输出功率

解 (1)设发射机输出功率为 S_T, 损耗 $K=S_T/S_i=10^{10}$（100dB）

$$已知\frac{S_0}{N_0}=100, N_0=10^{-9}$$

对于DSB/SC方式

$$因为G=2则\frac{S_i}{N_i}=\frac{1}{2}\frac{S_0}{N_0}=50$$

$$又因为N_i=4N_0$$

$$所以S_i=50N_i=200N_0=2\times10^{-7}W$$

$$故S_T=K\cdot S_i=2\times10^{3}W$$

(2)对于SSB/SC方式

$$因为G=1则\frac{S_i}{N_i}=\frac{S_0}{N_0}=100$$

$$又因为N_i=4N_0$$

$$所以S_i=100N_i=400N_0=4\times10^{-7}W$$

$$故S_T=K\cdot S_i=4\times10^{3}W$$

4-8 设被接收的调幅信号为 $s_m=[A+m(t)]\cos\omega_c t$, 采用包络解调，其中 $m(t)$的功率谱密度与题 4.5 相同。若一双边功率谱密度为 $n_0/2$ 的噪声叠加于已调信号，试求解调器输出的信噪功率比。

解 解调器输出信号功率为

$$S_0=\overline{m^2(t)}=\int_{-f_m}^{f_m}P_m(f)df=\frac{1}{2}n_m f_m$$

$$输出噪声功率N_0=\frac{n_0}{2}\cdot4f_m=2n_0f_m$$

$$输出信噪比\frac{S_0}{N_0}=\frac{n_m}{4n_0}$$

4-9 设调制信号 $m(t)$的功率谱密度于题 4.5 相同，若用 SSB 调制方式进行传输（忽略信道的影响），试求

(1)接收机的输入信号功率；

(2)接收机的输出信号功率；

(3)若叠加于 SSB 信号的白噪声的双边功率谱密度为 $n_0/2$，设解调器的输出端接有截止频率为 f_m 的理想低通滤波器，那么，输出信噪比为多少？

(4)该系统的调制制度增益 G 为多少？

解　设单边带调制已调信号表达式为

$$S_{SSB}(t)=m(t)\cos\omega_c t\pm\hat{m}(t)\sin\omega_c t$$

(1)接收机输入信号功率为 $S_i=\overline{m^2(t)}=\frac{1}{2}n_m f_m$

(2)接收机输出信号功率为 $S_0=\frac{1}{4}S_i=\frac{1}{8}n_m f_m$

(3)接收机输入噪声功率为 $N_i=\frac{n_0}{2}\cdot 2f_m=n_0 f_m$

接收机输出噪声功率为 $N0=\frac{1}{4}N_i=\frac{1}{4}n_0 f_m$

接收机输出信噪比 $\frac{S_0}{N_0}=\frac{n_m}{2n_0}$

(4)接收机输入信噪比 $\frac{S_i}{N_i}=\frac{n_m}{2n_0}$

调制制度增益 $G=\frac{S_0/N_0}{S_i/N_i}=1$

4-10 设有一个频分多路复用系统，副载波用 SSB 调制，主载波用 FM 调制。如果有 60 等幅的音频输入通路，每路频带限制在 3.3kHz 以下，防护频带为 0.7kHz：

(1)如果最大频偏为 800kHz，试求传输信号的带宽；

(2)试分析与第一路相比时第 60 路输出信噪比降低的程度（假定鉴频器输入的噪声是白噪声，且解调器中无去加重电路）。

解　(1)60 路 SSB 且每路有 0.7kHz 的防护频带，则总带宽为

60×（3.3+0.7）=240kHz

按照 PCM 二次群的电话系统，我们取 SSB 调制的第一路载频

$f_{1,1}$=256kHz

则第 60 路的载频 $f_{1,60}$=256+59×4=492kHz

所以 60 路组合信号的最高频率为 f_i≈492kHz

则 FM 调之后的信号带宽为

$B=2(\Delta f+f_m)=2\times(800+492)=2.482MHz$

(2)FM 解调器输出信噪比为

$$\frac{S_0}{N_0}=\frac{3A^2K_F^2\overline{m^2(t)}}{8\pi^2 n_0 f_m^3}$$

因为第1路最高频率为 $f_{1,m}=256+4=260kHz$，第60路最高频率为

$f_{60,m}=492+4=496kHz$，所以

$$\frac{\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{60}}{\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_1}=\frac{260^3}{496^3}=0.144\approx-8.4dB$$

即与第一路相比第60路的输出信噪比降低8.4分贝。

4-11 试证明当 AM 信号采用同步检测法进行解调时，其制度增益 G 与包络检验的结果相同。

证明设 AM 已调信号为

$S_{AM}(t)=[A+m(t)]\cos\omega_c t$

解调器输入的信号功率为$S_i=\overline{S^2_{AM}(t)}=\frac{1}{2}A^2+\frac{1}{2}\overline{m^2(t)}$

解调器输入的噪声功率为$N_i=n_0 B$

AM信号经相乘器和低通滤波器后

输出的有用信号为$m_0(t)=\frac{1}{2}m(t)$

输出噪声为$n_0(t)=\frac{1}{2}n_c(t)$

解调器输出的信号功率为$S_0=\overline{m_0^2(t)}=\frac{1}{4}\overline{m^2(t)}$

解调器输出的噪声功率为$N_0=\overline{n_0^2(t)}=\frac{1}{4}\overline{n_c^2(t)}=\frac{1}{4}n_0 B$

所以调制制度增益为$G=\frac{S_0/N_0}{S_i/N_i}=\frac{2\overline{m^2(t)}}{A^2+\overline{m^2(t)}}$

4-13 已知某单频调频波的振幅是 10V,瞬时频率为f (t)=10^6+10^4cos2$\pi\times10^3t$ Hz

试求

（1）此调频波的表达式；

（2）频波的频率偏移，调频指数和频带宽度

解 (1)调频波的瞬时角频率为

$\omega(t)=2\pi f(t)=2\pi\times10^6+2\pi\times10^4\cos2\pi\times10^3t$ rad/s

调频波的总相位为

$\theta(t)=\int_{-\infty}^{t}\omega(\tau)d\tau=2\pi\times10^6t+10\sin2\pi\times10^3t$

调频波的时域表达式

$s_{FM}(t)=A\cos\theta(t)=10\cos(2\pi\times10^6t+10\sin2\pi\times10^3t)$ V

(2)根据频率偏移的定义

$\Delta f=|\Delta f(t)|_{max}=|10^4\cos2\pi\times10^3t|_{max}=10kHz$

调频指数为$m_f=\frac{\Delta f}{f_m}=\frac{10^4}{10^3}=10$

调频波的带宽为$B\approx2(\Delta f+f_m)=2\times(10+1)=22kHz$

4-14 采用包络检波的常规调幅系统中，若噪声功率谱密度为 5×10^{-3} W/Hz, 单频正弦波调制时载波功率为 100kW, 边带功率为每边带 10 kW, 带通滤波器带宽为 4kHz.

(1)求解调输出信噪比；

(2)若采用抑制载波双边带系统，其性能优于常规调幅多少分贝？

解 (1)AM 解调器输出信噪比；

$$\frac{S_0}{N_0}=\frac{\overline{m^2(t)}}{n_0 B}=\frac{10\times10^3\times2}{5\times10^{-2}\times4\times10^3}=100$$

(2) AM解调器输入信噪比为

$$\left(\frac{S_i}{N_i}\right)=\frac{\frac{A^2}{2}+\frac{1}{2}\overline{m^2(t)}}{n_0 B}=\frac{10\times10^3+\frac{1}{2}\times10\times10^3\times2}{5\times10^{-2}\times4\times10^3}=550$$

故常规调幅系统的调制制度增益 $G_{AM}=\frac{100}{550}=\frac{2}{11}$

而抑制载波双边带系统的调制制度增益 $G_{DSB}=2$

则 $\frac{G_{DSB}}{G_{AM}}=\frac{2}{2/11}=11$（约为$4.4dB$）

所以抑制载波双边带系统的性能优于常规调幅系统4.4分贝。

4-15 幅度为 3V的 1MHz 载波受幅度为 1V频率为 500Hz 的正弦信号调制，最大频率为 1kHz, 当调制信号幅度增加为 5V且频率增至 2kHz时，写出新调频波的表达式。

解

$$K_{FM}=\frac{\Delta\omega_{max}}{A_m}=\frac{1\times10^3\times2\pi}{1}=2\pi\times10^3$$

新调频波为

$$\begin{aligned}s_{FM}(t)&=3\cos\left[2\pi\times10^6 t+K_{FM}\int A_m\cos(2\pi\times2\times10^3 t)dt\right]\\&=3\cos\left[2\pi\times10^6 t+2\pi\times10^3\int5\cos(4\pi\times10^3 t)dt\right]\\&=3\cos\left[2\pi\times10^6 t+2.5\sin(4\pi\times10^3 t)\right]\end{aligned}$$

4-16 已知窄带调相信号为 $s(t)=\cos\omega_c t-\beta_{m}\sin\omega_c t\cos\omega_m t$, 若用相干载波 $\cos(\omega_c t+\theta)$ 相乘后再经过一个低通滤波器，问

(1)能否实现正确解调？

(2)最佳解调 θ 应为何值？

解 （1）调相信号乘上相干载波，得

$$\begin{aligned}s_p(t)&=s(t)\cos(\omega_c t+\theta)\\&=\frac{1}{2}\left[\cos(2\omega_c t+\theta)+\cos\theta\right]-\beta_{PM}\cos\omega_m t\cdot\frac{1}{2}\left[\sin(2\omega_c t+\theta)-\sin\theta\right]\end{aligned}$$

经低通滤波器输出 $\frac{1}{2}\cos\theta+\frac{\beta_{PM}}{2}\cos\omega_m t\sin\theta$ 所以可实现解调

（2）最佳解调时，应有 $\cos\theta=0$, 即 $\theta=\frac{\pi}{2}$

4-17 频率为f_m 的正弦波同时作常规调幅和频率调制，设未调载波功率相等，调频波的偏频为调幅波带宽的 4 倍，且距载频f_c 的边频分量在两种调制中有相等的幅度。求

(1)调频波的调频指数；

(2)常规调幅信号的调幅指数。

解　(1)调频波的频偏为调幅波带宽的 4 倍，而调幅波带宽为 $2f_m$。

所以$\Delta f_{max} = 2f_m \cdot 4 = 8f_m$

调频指数$\beta_{FM} = \dfrac{\Delta f_{max}}{f_m} = \dfrac{8f_m}{f_m} = 8$

(2)调幅波$s(t) = [A_0 + f(t)]\cos\omega_c t = A_0[1 + \beta_{AM}\cos 2\pi f_m t]\cos\omega_c t$

$\beta_{AM} = \dfrac{A_m}{A_0}$

根据题意，两种调制中在距载频$\pm f_m$的边频分量有相等的幅度。

因为调频波在距载频$\pm f_m$的边频分量幅度为$A_0 J_1(8)$，调幅波在

距载频$\pm f_m$的边频分量幅度为$\dfrac{A_m}{2}$，所以，

$A_0 J_1(8) = \dfrac{A_m}{2}$

则调幅指数　$\beta_{AM} = \dfrac{A_m}{A_0} = 2J_1(8) = 2\times 0.23 = 0.46$

4-18 已知窄带调频信号为 $s(t)=A_c\cos\omega_c t-\beta_{FM}A_c\sin\omega_c t\sin\omega_m t$，求：

(1)s(t)的瞬时包络最大幅度与最小幅度之比；

(2)s(t)的平均功率与未调载波功率之比；

解（1）

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c\cos\omega_c t - \beta_{FM}A_c\sin\omega_c t\sin\omega_m t \\ &= A_c[\cos\omega_c t - \beta_{FM}\sin\omega_c t\sin\omega_m t] \\ &= A_c\sqrt{1+\beta_{FM}^2\sin^2\omega_m t}\cos(\omega_c t+\varphi) \end{aligned}$$

所以$s(t)$的瞬时包络最大幅度为$A_c\sqrt{1+\beta_{FM}^2}$，最小幅度为A_c，故$s(t)$

的瞬时包络最大幅度与最小幅度之比为$\sqrt{1+\beta_{FM}^2}$。

（2）未调载波功率$P_c = \dfrac{1}{2}A_c^2$

$s(t)$的平均功率$P_s = \dfrac{1}{2}A_c^2 + \left(\dfrac{1}{2}\beta_{FM}A_c\right)^2$

所以$s(t)$的平均功率与未调载波功率之比为

$\dfrac{P_s}{P_c} = 1 + \dfrac{1}{4}\beta_{FM}^2$

4-19 采用包络检波的常规调幅系统中，若单频正弦波调制，调幅指数为 0.8

输出信噪比为 30 dB，求未调制时载波功率与噪声功率之比。

解　常规调幅已调信号 $s_{AM}(t)=[A_0+A_m\cos\omega_m t]\cos\omega_0 t$

调幅指数为 0.8，即 $A_m/A_0=0.8$

输出信噪比为 30 dB，即 $S_0/N_0=1000$

$$\frac{S_0}{N_0}=\frac{\overline{m^2(t)}}{N_0}=\frac{\frac{1}{2}A_m^2}{N_0}=1000$$

$$N_0=\frac{A_m^2}{2000}$$

对于常规调幅系统，解调器输入噪声功率等于输出噪声功率，所以

$$N_i=N_0=\frac{A_m^2}{2000}$$

设未调制时载波功率为S,则未调制时载波功率与噪声功率之比为

$$\frac{S}{N_i}=\frac{A_0^2/2}{A_m^2/2000}=1000\left(\frac{A_0}{A_m}\right)^2=1000\times\frac{1}{0.8^2}=1562.5(\text{约为}32dB)$$

4-20 某调制系统如图 4.6 所示为了在输出端分别得到f_1（t）及f_2（t），试确定接收端的 $c_1(t)$及 $c_2(t)$。

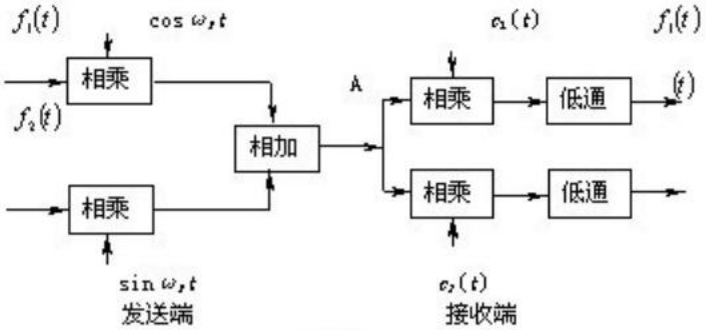


图 4.6

解　A 点信号为f_1（t）$\cos\omega_0 t$+ f_2（t）$\sin\omega_0 t$，这是两个互相正交的双边带信号

它们分别采用相干解调法解调，所以可确定

$c_1(t)=\cos\omega_0 t$，$c_2(t)=\sin\omega_0 t$

上支路：相乘后

$$[f_1(t)\cos\omega_0 t+f_2(t)\sin\omega_0 t]\cos\omega_0 t$$
$$=f_1(t)\cos^2\omega_0 t+f_2(t)\sin\omega_0 t\cos\omega_0 t$$
$$=\frac{1}{2}f_1(t)+\frac{1}{2}f_1(t)\cos 2\omega_0 t+\frac{1}{2}f_2(t)\sin 2\omega_0 t$$

经低通得到$\frac{1}{2}f_1(t)$

下支路：相乘后

$$[f_1(t)\cos\omega_0 t+f_2(t)\sin\omega_0 t]\sin\omega_0 t$$
$$=f_1(t)\cos\omega_0 t\sin\omega_0 t+f_2(t)\sin^2\omega_0 t$$
$$=\frac{1}{2}f_1(t)\sin 2\omega_0 t+\frac{1}{2}f_2(t)-\frac{1}{2}f_2(t)\cos 2\omega_0 t$$

经低通得到$\frac{1}{2}f_2(t)$

第五章 数字基带传输系统

5-1 设二进制随机脉冲序列由 $g_1(t)$与 $g_2(t)$组成，，出现 $g_1(t)$的概率为 P, 出现 $g_2(t)$的概率为 1-P。试证明：

如果$p=\dfrac{1}{1-\dfrac{g_1(t)}{g_2(t)}}=k$(与$t$无关），且$0<k<1$,则脉冲序列将无离散谱。

证明若$p=\dfrac{1}{1-\dfrac{g_1(t)}{g_2(t)}}=k$(与$t$无关），且$0<k<1$,则有

$$p\frac{\left[g_2(t)-g_1(t)\right]}{g_2(t)}=1$$

即$pg_1(t)=pg_2(t)-g_2(t)=(p-1)g_2(t)$

$pg_1(t)+(1-p)g_2(t)=0$

所以稳态波$v(t)=p\sum g_1(t-nT_s)+(1-p)\sum g_2(t-nT_s)$

$$=\sum\left[\ pg_1(t-nT_s)+(1-p)g_2(t-nT_s)\ \right]=0$$

即$p_v(\omega)=0$

所以无离散谱。

5-2 设随机二进制序列中的 0 和 1 分别由 $g(t)$和$-g(t)$组成，它们的出现概率分别为 P及 1-P。

(1)求其功率谱密度及功率。

(2)若 $g(t)$为如图 5.1(a)所示波形，T_s为码元宽度，问该序列是否存在离散分量$f_s=1/T_s$？

(3)若 $g(t)$ 改为如图 5.1(b)所示，回答题（2）所问。

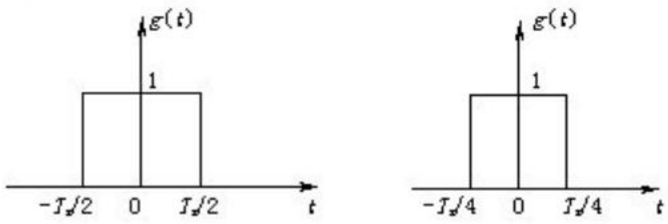


图 5.1

解

(1)随机二进制序列的双边功率谱密度为

$$P_s(\omega)=f_s p(1-p)\left[G_1(f)-G_2(f)\right]^2+\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|f_s\left[pG_1(mf_s)+(1-p)G_2(mf_s)\right]\right|^2\delta(f-mf_s)$$

因为$g_1(t)=-g_2(t)=g(t)\Leftrightarrow G(f)$

所以$P_s(\omega)=4f_s p(1-p)G^2(f)+f_s^2(2p-1)^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G(mf_s)\right|^2\delta(f-mf_s)$

随机二进制序列的功率为

$$S=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}P_s(\omega)d\omega=\int_{-\infty}^{+\infty}\Big[4f_s p(1-p)G^2(f)+f_s^2(2p-1)^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G(mf_s)\right|^2\delta(f-mf_s)\Big]df=$$

$$4f_s p(1-p)\int_{-\infty}^{+\infty}G^2(f)df+f_s^2(2p-1)^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G(mf_s)\right|^2\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(f-mf_s)\,df=$$

$$4f_s p(1-p)\int_{-\infty}^{+\infty}G^2(f)df+f_s^2(2p-1)^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G(mf_s)\right|^2$$

(2)若$g(t)=\begin{cases}1 & |t|\le\frac{T_s}{2}\\ 0 & 其他t\end{cases}$

则$G(f)=T_s Sa(\frac{\omega T_s}{2})=T_s Sa(\pi T_s f)$

因为$G(f_s)=T_s Sa(\pi T_s f_s)=T_s\frac{\sin\pi}{\pi}=0$

所以该二进制序列不存在离散分量$f_s=\frac{1}{T_s}$

(3)若$g(t)=\begin{cases}1 & |t|\le\frac{T_s}{4}\\ 0 & 其他t\end{cases}$

则$G(f)=\frac{T_s}{2}Sa(\frac{\omega T_s}{4})=\frac{T_s}{2}Sa(\frac{\pi T_s f}{2})$

因为$G(f_s)=\frac{T_s}{2}Sa(\frac{\pi T_s f_s}{2})=\frac{T_s}{2}\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{T_s}{\pi}\neq 0$

所以该二进制序列存在离散分量$f_s=\frac{1}{T_s}$

5-3 设某二进制数字基带信号的基本脉冲为三角形脉冲，如图5.2所示。图中，T_s为码元间隔，数字信息“1”和“0”出现的概率相等。

(1)求该数字基带信号的功率谱密度；

(2)能否从该数字基带信号中提取码元同步需要的频率$f_s=1/T_s$的分量？若能，试计算该分量的功率。

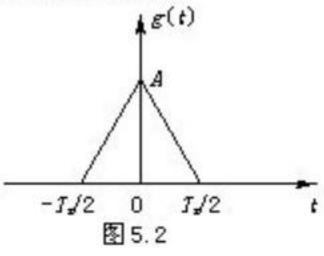


图5.2

解

(1)由图5.2得

$$g(t)=\begin{cases}A\left(1-\frac{2}{T_S}|T|\right) & |T|\le \frac{T_S}{2}\\ 0\end{cases}$$

$$G(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$=\int_{-T_S/2}^{0} A\left(1+\frac{2t}{T_S}\right)e^{-j\omega t}dt+\int_{0}^{T_S/2} A\left(1-\frac{2t}{T_S}\right)e^{-j\omega t}dt$$

$$=A\frac{T_S}{2}Sa^2\left(\frac{\omega T_S}{4}\right)=A\frac{T_S}{2}Sa^2\left(\frac{\pi f T_S}{2}\right)$$

已知$P(0)=P(1)=P=\frac{1}{2}$,且

$g_1(t)=g(t) \quad g_2(t)=0$

即$G_1(f)=G(f) \quad G_2(f)=0$

所以数字基带功率谱密度为

$$P_S(f)=f_S P(1-P)|G_1(f)-G_2(f)|^2+$$

$$\sum\left|f_S\left[PG_1(mf_S)+(1-P)G_2(mf_S)\right]\right|^2\delta(f-mf_S)=$$

$$f_S P(1-P)|G(f)|^2+\sum\left|f_S PG(mf_S)\right|^2\delta(f-mf_S)=$$

$$\frac{A^2T_S}{16}Sa^4\left(\frac{\pi f T_S}{4}\right)+\frac{A^2}{16}\sum Sa^4\left(\frac{\pi m}{2}\right)\delta(f-mf_S)$$

(2)二进制数字基带信号的离散谱分量为

$$P_V(\omega)=\frac{A^2}{16}\sum Sa^4\left(\frac{\pi m}{2}\right)\delta(f-mf_S)$$

当$m=\pm 1$时，$f=\pm f_S$代入上式得

$$P_V(\omega)=\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)\delta(f+f_S)+\frac{A^2}{16}Sa^4\left(\frac{\pi}{2}\right)\delta(f-f_S)$$

因为二进制数字基带信号中存在$f_S=\frac{1}{T_S}$的离散谱分量，所以能从该信号中提取码元同步所需的频率$f_S=\frac{1}{T_S}$的分量，其功率为

$$S=\frac{A^2}{16}Sa^4\frac{\pi}{2}+\frac{A^2}{16}Sa^4\frac{\pi}{2}=\frac{2A^2}{\pi^4}$$

5－4 设某二进制数字基带信号中，数字信息“1”和“2”分别由 $g(t)$和－ $g(t)$表示，且“1”和“2”出现的概率相等，$g(t)$的频谱是升余弦脉冲，即

$$g(t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\cos\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{1-\frac{4t^2}{T_s^2}}Sa\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)$$

(1)写出该数字基带信号的功率谱密度表示式，并画出功率谱密度图。

(2)从该数字基带信号中能否直接提取频率$f_s=1/T_s$的分量？

(3)若码元间隔 T_s=10^{-3}s, 试求该数字基带信号的传码率及频带宽度。

解

(1)因为$g(t) \Leftrightarrow G(f)$

则$G(\omega)=\begin{cases}\dfrac{T_s}{2}\left(1+\cos\dfrac{T_s}{2}\omega\right) & |\omega|\le\dfrac{2\pi}{T_s}\\ 0 & |\omega|>\dfrac{2\pi}{T_s}\end{cases}$

又因为"1"和“0”出现的概率相等，所以$P_v(f)=0$

$P_u(f)=f_s P(1-P)|G_1(f)-G_2(f)|^2$

$\quad =f_s P(1-P)|2G(f)|^2=f_s|G(f)|^2$

所以该数字基带信号的功率谱密度为

$P(f)=\begin{cases}\dfrac{T_s}{4}\left(1+\cos\dfrac{T_s}{2}\omega\right)^2 & |\omega|\le\dfrac{2\pi}{T_s}\\ 0 & |\omega|>\dfrac{2\pi}{T_s}\end{cases}$

如图5.3所示

(2)因为$P_v(f_s)=0$,所以不能从数字基带信号中直接提取频率 $f_s=1/T_s$的分量。

(3)传码率$R_B=1/T_s=(1/10^{-3})\,Baud$

频带宽度$B=\dfrac{2\pi}{T_s}/2\pi=\dfrac{1}{T_s}=1000\,Hz$

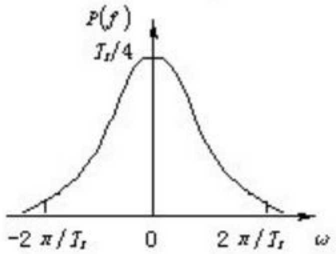
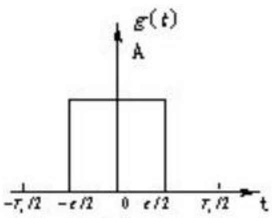


图5.3

5－5 设某双极性数字基带信号的基本脉冲波形如图5.4(a)所示，它是一个高度为1，宽度$\tau=T_s/3$的矩形脉冲。且已知数字信息“1”出现概率为3/4，“0”的出现概率为1/4，

(1)写出该双极性信号的功率谱密度的表示式，并画出功率谱密度图；

(2)由该双极性信号中能否直接提取频率为$f_s=1/T_s$ 的分量？若能，试计算该分量的功率。



(a)

图5.4

解　(1)由 g(t)的图形，得

$$g(t) \Leftrightarrow G(f) = \tau Sa(\tau\pi f) = \frac{T_s}{3} Sa\left(\frac{T_s \pi f}{3}\right)$$

$$P_u(f) = f_s P(1-P)\left|G_1(f) - G_2(f)\right|^2 = f_s P(1-P)\left|2G\ (f)\right|^2$$

$$= \frac{T_s}{12} Sa^2\left(\frac{T_s \pi f}{3}\right)$$

$$P_v(f) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left|f_s\left[PG_1(mf_s) + (1-p)G_2(mf_s)\right]\right|^2 \delta(f - mf_s)$$

$$= \frac{\pi}{18} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Sa^2\left(\frac{\pi m}{3}\right)\delta(f - mf_s)$$

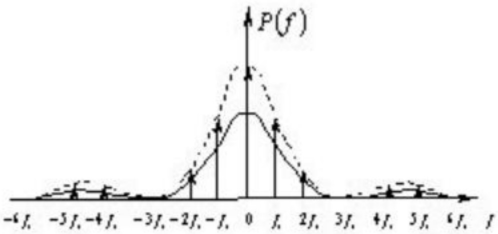
功率谱密度为$P(f) = P_u(f) + P_v(f)$,即

$$P(f) = \frac{T_s}{12} Sa^2\left(\frac{T_s \pi f}{3}\right) + \frac{\pi}{18} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Sa^2\left(\frac{\pi m}{3}\right)\delta(f - mf_s)$$

图形如图5.4(b)所示。

(2)因为$P_v(f) = \dfrac{3}{8\pi^2}\delta(f - f_s) \neq 0$,所以能够从该双极性信号中直接提取频率为$f_s = 1/T_s$的分量，其功率为

$$S = \frac{3}{8\pi^2}$$



(b)

图5.4

5-6 已知信息代码为 100000000011，求相应的 AMI 码，HDB_3码，PST 码及双相码。

5-7 某基带传输系统接收滤波器输出信号的基本脉冲为如图 5.5 所示的三角形脉冲。

(1)求该基带传输系统的传输函数$H(\omega)$；

(2)假设信道的传输函数$C(\omega)=1$，发送滤波器和接收滤波器具有相同的传输函数，即$G_T(\omega) = G_R(\omega)$，试求这时的$G_T(\omega)$或$G_R(\omega)$的表达式。

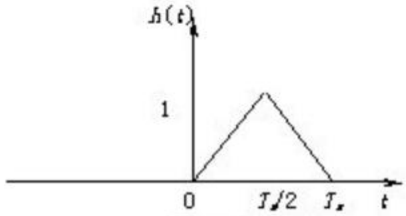


图5.5

5-8 设某基带传输系统具有如图 5.6 所示的三角形传输函数，试求：

(1)该系统接收滤波器输出基本脉冲的时间表示式；

(2)当数字基带信号的传码率 $R_B=\omega_0/\pi$ 是，用奈奎斯特准则验证该系统能否实现无码间干扰传输。

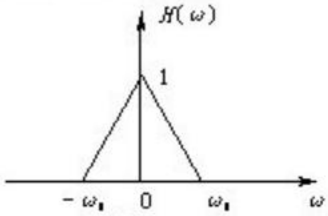


图 5.6

5-9 设某数字基带传输系统的传输特性 $H(\omega)$ 如图 5.7 所示，其中 α 为某个常数，$(0\leqslant\alpha\leqslant1)$:

(1)试检验该系统能否实现无码间干扰传输？

(2)试求该系统的最大码元传输速率为多少？这时的系统频带利用率为多大？

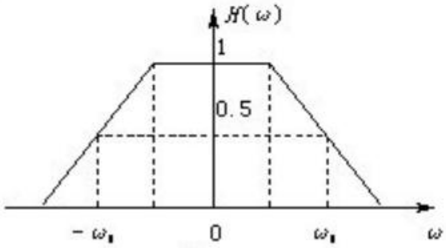


图 5.7

解 (1)该系统可构成等效矩形系统

$$H_{eq}(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|\le\omega_0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

所以该系统能够实现无码间干扰传输。

(2)该系统的最大码元传输速率$R_B=2f_0$

其中$f_0=\dfrac{\omega_0}{2\pi}$

系统的实际带宽为$B=(1+\alpha)f_0$

所以系统频带利用率为$\eta=\dfrac{R_B}{B}=\dfrac{2}{1+\alpha}$

5-10 为了传送码元速率 $R_B=10^3 Baud$ 的数字基带信号，试问系统采用图 5.8 中所示的那一种传输特性较好？并简要说明理由。

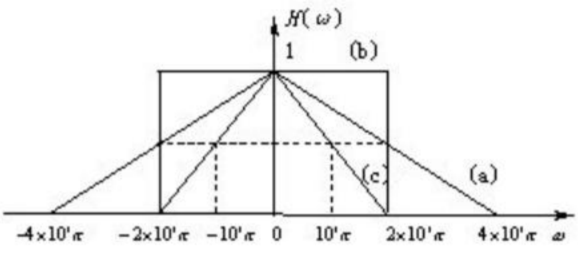


图 5.8

解(1)传输函数(a)　$R_B = 10^3 Baud$

频带宽度$B = \dfrac{4\times10^3\pi}{2\pi} = 2\times10^3 Hz$

频带利用率$\eta = \dfrac{R_B}{B} = \dfrac{10^3}{2\times10^3} = 0.5Baud$

(2)传输函数(a)　$R_B = 10^3 Baud$

频带宽度$B = \dfrac{2\times10^3\pi}{2\pi} = 10^3 Hz$

频带利用率$\eta = \dfrac{R_B}{B} = \dfrac{10^3}{10^3} = 1Baud$

(3)传输函数(a)　$R_B = 10^3 Baud$

频带宽度$B = 2\times\dfrac{10^3\pi}{2\pi} = 10^3 Hz$

频带利用率$\eta = \dfrac{R_B}{B} = \dfrac{10^3}{10^3} = 1Baud$

讨论

从频带利用率方面比较$(b),(c)$大于(a),所以选择$(b),(c)$。

从$h(t)$收敛速度方面比较(b)为理想低通特性，响应$h(t)$是$Sa(x)$型，尾部衰减慢与时间t成反比(c)三角形特性，响应$h(t)$是$Sa^2(x)$型，尾部衰减快与时间t^2成反比。

从易实现程度方面比较(c)比(b)容易实现。

因此，选择传输函数(c)较好。

5-11 设二进制基带系统的分析模型由发送滤波器，信道及接收滤波器组成，现已知

$$H(\omega) = \begin{cases} \tau_0(1+\cos\omega\tau_0), & |\omega| \le \dfrac{\pi}{\tau_0} \\ 0, & 其他\omega \end{cases}$$

试确定该系统最高的码元传输速率 R_B及相应码元间隔 T_B.

解　这实际上可等效为一个$\tau_0 = \dfrac{T_B}{2}$的升余弦波形。

最高码元传输速率为　$R_B = \dfrac{1}{T_B} = \dfrac{1}{2\tau_0}$

相应的码元间隔为　$T_B = 2\tau_0$

5-12 若上题中

$$H(\omega) = \begin{cases} \dfrac{T_s}{2}\left(1+\cos\dfrac{\omega T_s}{2}\right), & |\omega| \le \dfrac{2\pi}{T_s} \\ 0, & 其他\omega \end{cases}$$

试证其单位冲击响应为

$$h(t) = \frac{\sin \pi t / T_s}{\pi t / T_s}\cdot\frac{\cos \pi t / T_s}{1-4t^2/T_s^2}$$

并说明用$\dfrac{1}{T_s}B$速率传送数据时，存在（抽样时刻上）码间干扰否。

解(1) $H(\omega)=\begin{cases}\frac{T_s}{2}\left(1+\cos\frac{\omega T_s}{2}\right), & |\omega|\le\frac{2\pi}{T_s}\\ 0, & 其他\omega\end{cases}$

$$=\frac{T_s}{2}\left(1+\cos\frac{\omega T_s}{2}\right)G_{4\pi/T_s}(\omega)=\frac{T_s}{2}G_{4\pi/T_s}(\omega)\left[1+\frac{e^{-\frac{j\omega T_s}{2}}+e^{\frac{j\omega T_s}{2}}}{2}\right]$$

$$=\frac{T_s}{2}G_{4\pi/T_s}(\omega)+\frac{T_s}{4}G_{4\pi/T_s}(\omega)e^{-\frac{j\omega T_s}{2}}+\frac{T_s}{4}G_{4\pi/T_s}(\omega)e^{\frac{j\omega T_s}{2}}$$

因为 $g_{4\pi/T_s}(t)\to\frac{4\pi}{T_s}Sa\left(\frac{2\pi\omega}{T_s}\right)$

$$G_{4\pi/T_s}(\omega)\to\frac{2}{T_s}Sa\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right)$$

所以单位冲激响应为

$$h(t)=Sa\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right)+\frac{1}{2}Sa\left(2\pi\frac{t-\frac{T_s}{2}}{T_s}\right)+\frac{1}{2}Sa\left(2\pi\frac{t+\frac{T_s}{2}}{T_s}\right)$$

$$=Sa\left(2\pi\frac{t}{T_s}\right)-Sa\left(2\pi\frac{t}{T_s}\right)\frac{1}{1-\frac{T_s^2}{4t^2}}=Sa\left(2\pi\frac{t}{T_s}\right)\left(1-\frac{1}{1-\frac{T_s^2}{4t^2}}\right)$$

$$=Sa\left(2\pi\frac{t}{T_s}\right)\left[-\frac{T_s^2}{(4t^2-T_s^2)}\right]=\frac{\sin\frac{\pi t}{T_s}}{\frac{\pi t}{T_s}}\times\frac{\cos\frac{\pi t}{T_s}}{1-\frac{4t^2}{T_s^2}}$$

(2)当 $t=nT_s$ 时（n不等于0）试 $\sin\frac{\pi t}{T_s}=0$，从而 $h(t)=0$ 所以用 $\frac{1}{T_s}$ 波特速率传送数据时，抽样时刻上不存在码间干扰。

5-13 设一相关编码系统如图 5.9 所示，图中，理想低通滤波器的截止频率为 $1/2T_s$，通带增益为 T_s，试求该系统的单位冲击响应和频率特性。

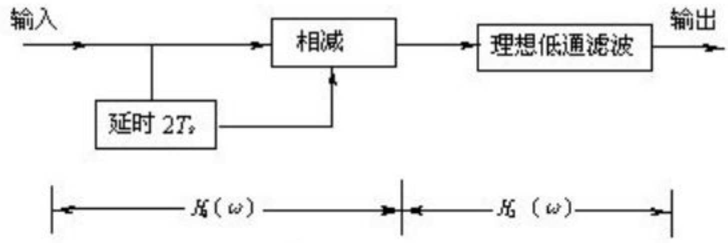


图 5.9

解　图中理想低通滤波器的传输函数为

$$H_1(\omega)=\begin{cases}T_s\ , & |\omega|\le\frac{\pi}{T_s}\\ 0\ , & 其他\omega\end{cases}$$

对应的单位冲激响应$h_1(t)$为

$$h_1(t)=Sa\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)$$

图　系统单位冲激响应$h(t)$为

$$h(t)=[\delta(t)-\delta(t-2T_s)]*h_1(t)=h_1(t)-h_1(t-2T_s)$$

$$=Sa\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)-Sa\left[\frac{\pi(t-2T_s)}{T_s}\right]$$

系统的传输函数$H(\omega)$为

$$H(\omega)=\left(1-e^{-j2\omega T_s}\right)H_1(\omega)=\left(1-e^{-j2\omega T_s}\right)T_sG_{\frac{2\pi}{T_s}}(\omega)$$

$$=T_s\left(1-e^{-j2\omega T_s}\right)G_{\frac{2\pi}{T_s}}(\omega)$$

其中$G_{\frac{2\pi}{T_s}}(\omega)=\begin{cases}1\ , & |\omega|\le\frac{\pi}{T_s}\\ 0\ , & 其他\omega\end{cases}$

5－14试证明$V_d'=\frac{\sigma_n^2}{2A}\ln\frac{P(0)}{P(1)}$“对于双极性基带信号最佳判决门限电平”表示式成立。

证明系统总的误码率P_e为$P_e=P(1)P_{e1}+P(0)P_{e0}$

双极性基带信号$P_{e1}=\int_{-\infty}^{V_d}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n^2}}dx$

$P_{e0}=\int_{V_d}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(x+A)^2}{2\sigma_n^2}}dx$　试中V_d为判决门限。

误码率P_e为　$P_e=P(1)\int_{-\infty}^{V_d}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n^2}}dx+$

$$P(0)\int_{V_d}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(x+A)^2}{2\sigma_n^2}}dx$$

令$\frac{\partial P_e}{\partial V_d}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\left[P(1)e^{-\frac{[V_d'-A]^2}{2\sigma_n^2}}-P(0)e^{-\frac{[V_d'+A]^2}{2\sigma_n^2}}\right]=0$

则$P(1)e^{-\frac{[V_d'-A]^2}{2\sigma_n^2}}=P(0)e^{-\frac{[V_d'+A]^2}{2\sigma_n^2}}$

$$\frac{e^{-\frac{[V_d'-A]^2}{2\sigma_n^2}}}{e^{-\frac{[V_d'+A]^2}{2\sigma_n^2}}}=\frac{P(0)}{P(1)}$$

$$\frac{(V_d'+A)^2}{2\sigma_n^2}-\frac{(V_d'-A)^2}{2\sigma_n^2}=\ln\frac{P(0)}{P(1)}$$

所以$V_d'=\frac{\sigma_n^2}{2A}\ln\frac{P(0)}{P(1)}$

当$P(1)=P(0)=\frac{1}{2}$时，最佳判决门限$V_d'=0$

5－15若对于单极性波形，试证明$V_d' = \dfrac{A}{2} + \dfrac{\sigma_n^2}{A}\ln\dfrac{P(0)}{P(1)}$与式

$$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right)$$成立。

证明系统总的误码率P_e为

$$P_e = P(1)P_{e1} + P(0)P_{e0}$$

单极性基带波形$P_{e1} = \int_{-\infty}^{V_d}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}dx$

$P_{e0} = \int_{V_d}^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(x+A)^2}{2\sigma_n^2}}dx$ 试中V_d为判决门限。

误码率P_e为 $P_e = P(1)\int_{-\infty}^{V_d}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n^2}}dx + P(0)\int_{V_d}^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}dx$

令$\dfrac{\partial P_e}{\partial V_d} = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}\left[P(1)e^{-\frac{(V_d-A)^2}{2\sigma_n^2}} - P(0)e^{-\frac{V_d^2}{2\sigma_n^2}}\right] = 0$

则$P(1)e^{-\frac{(V_d'-A)^2}{2\sigma_n^2}} = P(0)e^{-\frac{V_d'^2}{2\sigma_n^2}}$

$$\frac{e^{-\frac{(V_d'-A)^2}{2\sigma_n^2}}}{e^{-\frac{V_d'^2}{2\sigma_n^2}}} = \frac{P(0)}{P(1)}$$

$$\frac{V_d'^2}{2\sigma_n^2} - \frac{(V_d'-A)^2}{2\sigma_n^2} = \ln\frac{P(0)}{P(1)}$$

所以$V_d' = \dfrac{A}{2} + \dfrac{\sigma_n^2}{A}\ln\dfrac{P(0)}{P(1)}$

当$P(1) = P(0) = \dfrac{1}{2}$时，最佳判决门限$V_d' = \dfrac{A}{2}$

5-16 设二进制基带系统的如图5.10所示，并设$C(\omega)=1$, $G_T(\omega) = G_R(\omega) = \sqrt{H(\omega)}$。现已知

$$H(\omega) = \begin{cases}\tau_0(1+\cos\omega\tau_0), & |\omega| \le \dfrac{\pi}{\tau_0} \\ 0, & 其他\omega\end{cases}$$

(1)若$n(t)$的双边功率谱密度为$n_0/2$ (W/Hz)，试确定$G_R(\omega)$的输出噪声功率。

(2)若在抽样时刻KT (K为任意正整数)上，接收滤波器的输出信号以相同的概率取0，A电平，而输出噪声取值V服从下述概率密度分布的随机变量

$$f(V) = \frac{1}{2\lambda}e^{-\frac{|V|}{\lambda}} \quad \lambda > 0(常数)$$

试求系统最小误码率P_e。

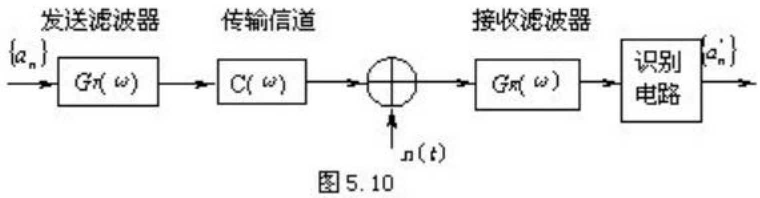


图5.10

解　(1)由图 5.10 知接收滤波器 $G_R(\omega)$输入噪声双边功率谱密度为 $P_i(\omega)=n_0/2$，则接收滤波器 G_R输出噪声双边功率谱密度为 $P_o(\omega)$为

$$P_0(\omega)=P_i(\omega)|G_R(\omega)|^2=P_i(\omega)H(\omega)=\frac{n_0}{2}\tau_0(1+\cos\omega\tau_0),|\omega|\le\frac{\pi}{\tau_0}$$

接收滤波器 $G_R(\omega)$输出噪声功率为

$$S_0=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/\tau_0}^{\pi/\tau_0}P_0(\omega)d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/\tau_0}^{\pi/\tau_0}\frac{n_0}{2}\tau_0(1+\cos\omega\tau_0)d\omega=\frac{n_0}{2}$$

(2)系统总的误码率 P_e为

$$P_e=P(1)P_{e1}+P(0)P_{e0}$$

在单极性波性情况下，P_{e1}和P_{e0}分别为

$$P_{e1}=\int_{-\infty}^{V_d}\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|x-A|}{\lambda}\right]dx$$

$$P_{e0}=\int_{V_d}^{\infty}\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|x|}{\lambda}\right]dx$$

其中V_d是判决门限，误码率 P_e为

$$P_e=P(1)\int_{-\infty}^{V_d}\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|x-A|}{\lambda}\right]dx+P(0)\int_{V_d}^{\infty}\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|x|}{\lambda}\right]dx$$

可通过求 $\frac{\partial P_e}{\partial V_d}$得到最佳判决门限 V_d'，当$P(1)=P(0)=1/2$时

$$\frac{\partial P_e}{\partial V_d}=\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|V_d'-A|}{\lambda}\right]-\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|V_d'|}{\lambda}\right]=0$$

$$\exp\left[-\frac{|V_d'-A|}{\lambda}\right]=\exp\left[-\frac{|V_d'|}{\lambda}\right]$$

解得最佳判决门限$V_d'=\frac{A}{2}$

此时系统误码率 P_e为

$$\begin{aligned}P_e&=P(1)\int_{-\infty}^{V_d}\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|x-A|}{\lambda}\right]dx+P(0)\int_{V_d}^{\infty}\frac{1}{2\lambda}\exp\left[-\frac{|x|}{\lambda}\right]dx\\&=\frac{1}{4\lambda}\int_{-\infty}^{A/2}\exp\left[-\frac{|x-A|}{\lambda}\right]dx+\frac{1}{4\lambda}\int_{A/2}^{\infty}\exp\left[-\frac{|x|}{\lambda}\right]dx\\&=\frac{1}{4\lambda}\int_{-\infty}^{A/2}\exp\left[-\frac{x-A}{\lambda}\right]dx+\frac{1}{4\lambda}\int_{A/2}^{\infty}\exp\left[-\frac{x}{\lambda}\right]dx\\&=\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{A}{2\lambda}\right)\end{aligned}$$

5-17 某二进制数字基带系统所传输的是单极性基带信号，且数字“1”和“0”的出现概率相等。

(1)若数字信息为“1”时信号在抽样判决时刻的值 A=1V，且接收滤波器输出噪声是均值为 0，均方根为 0.2V 的高斯噪声，试求这时的误码率 P_e。

(2)若要求误码率 P_e不大于 10^{-5}，试确定 A 至少应该是多少？

解

(1)对于单极性基带信号，误码率$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}erf\left(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right)$

因为$A=1$，$\sigma_n = 0.2$,得$P_n = \frac{1}{2}\left[1 - erf\left(\frac{1}{0.4\sqrt{2}}\right)\right] = 6.21\times10^{-3}$

(2)根据题意$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}erf\left(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right) \le 10^{-5}$

即$1 - \Phi\left(\frac{A}{2\sigma_n}\right) \le 10^{-5}$

解得$A \ge 8.6\sigma_n$

5-18 若将上题中的单极性基带信号改为双极性基带信号，其他条件不变，重做上题中的各问。

解

(1)对于双极性基带信号，误码率$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}erf\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n}\right)$

因为$A=1$，$\sigma_n = 0.2$,得$P_n = \frac{1}{2}\left[1 - erf\left(\frac{1}{0.2\sqrt{2}}\right)\right] = 2.87\times10^{-7}$

(2)根据题意$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}erf\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \le 10^{-5}$

解得$A \ge 4.3\sigma_n$

5-19 一随机二进制序列为 10110001，符号“1”对应的基带波形为升余弦波形，持续时间为 T_s；符号“0” 对应的基带波形恰好于“1”的相反。

(1)当示波器扫描周期 $T_0=T_s$时，试画出眼图；

(2)当 $T_0=2T_s$时，试重画出眼图；

(3)比较以上两种眼图的下述指标：最佳抽样判决时刻，判决门限电平及噪声容限值。

解　二进制序列为 10110001 的波形如图 5.11（a）所示。

(1) $T_r=T_s$时，眼图如图 5.11（b）所示。

(2) $T_r=2T_s$时，眼图如图 5.11(c) 所示。

(3)指标比较：1）中最佳抽样判决时刻 $T_s/2$，判决门限电平 0，噪声容限值 2。

2)选择的同步周期不恰当。

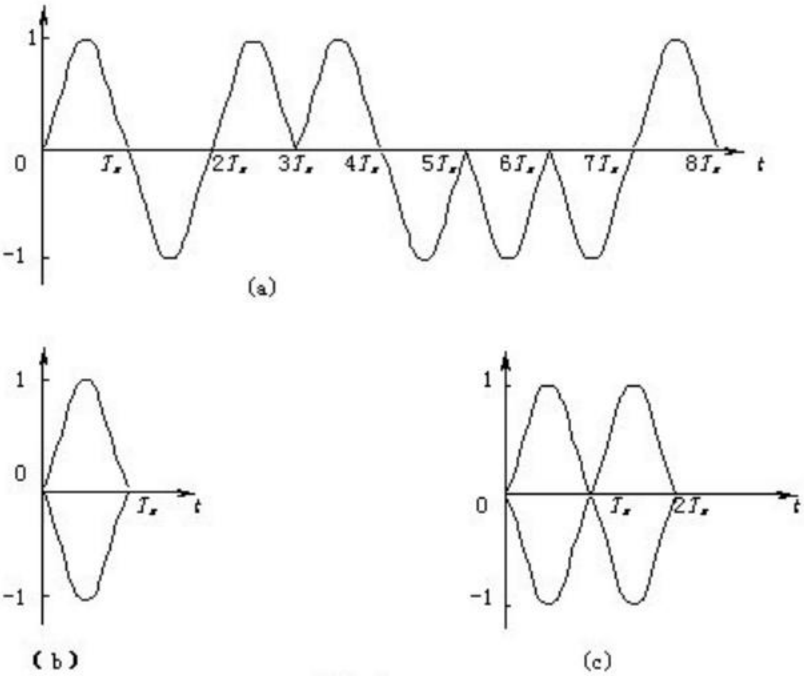


图 5.11

5-20 设有一个三抽头时域均衡器，如图 5.12 所示，X(t)在各抽样点的值依次为$X_{-2}=\frac{1}{8}, X_{-1}=\frac{1}{3}, X_0=1, X_{+1}=\frac{1}{4}, X_{+2}=\frac{1}{16}$(在其他抽样点均为零)试求输入波形$x(t)$峰值的畸变值及时域均衡器输出波形$y(t)$峰值的畸变值。

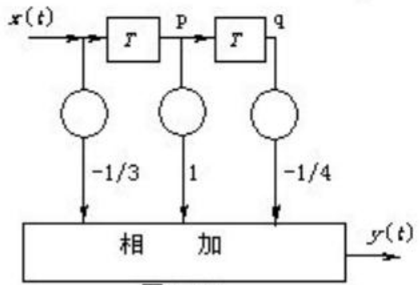


图 5.12

解X_k峰值的畸变值为

$$D_x = \frac{1}{x_0}\sum|x_i| = \frac{1}{8}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16} = \frac{37}{48}$$

由公式$Y_k = \sum C_i X_{k-i}$得

$$Y_{-3} = C_{-1}X_{-2} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{8} = -\frac{1}{24}$$

$$Y_{-2} = C_{-1}X_{-1} + C_0X_{-2} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{8} = \frac{1}{72}$$

$$Y_{-1} = C_{-1}X_0 + C_0X_{-1} + C_1X_{-2} = -\frac{1}{3}\times1+1\times\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{8} = -\frac{1}{32}$$

$$Y_0 = C_{-1}X_1 + C_0X_0 + C_1X_{-1} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+1\times1-\frac{1}{4}\times\frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$Y_1 = C_{-1}X_2 + C_0X_1 + C_1X_0 = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{16}+1\times\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\times1 = \frac{1}{48}$$

$$Y_2 = C_0X_2 + C_1X_1 = 1\times\frac{1}{16}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{4} = 0$$

$$Y_3 = C_1X_2 = -\frac{1}{4}\times\frac{1}{16} = -\frac{1}{64}$$

其他Y_k均为零

输出样值序列Y_k的峰值畸变为

$$D_y = \frac{1}{y_0}\sum|y_i| = \left(\frac{6}{5}\right)\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{72}+\frac{1}{32}+\frac{1}{48}+0+\frac{1}{64}\right) = \frac{71}{480}$$

5-21 若给定低通型信道的带宽为 2400Hz, 在此信道上进行基带传输，当基带形成滤波器特性分别为理想低通，50% 余弦滚降，100% 余弦滚降时，试问无码间干扰传输的最高码速率及相应的频带利用率各为多少？

解 $f_B = \dfrac{1}{T_B}$

$$B = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\pi}{T_B}\cdot(1+\alpha) = \frac{1+\alpha}{2T_B} = \frac{1+\alpha}{2}f_B$$

(1)理想低通滤波器，$\alpha=0$，$B=\dfrac{f_B}{2}$,所以$f_B = 2B = 2\times2400 = 4800 bit/s$

$$\eta = \frac{f_B}{B} = 2(bit/s\cdot Hz)$$

(2)50%余弦滚降，$\alpha=\dfrac{1}{2}$，$B=\dfrac{3f_B}{4}$,所以$f_B = \dfrac{4B}{3} = \dfrac{4}{3}\times2400 = 3200 bit/s$

$$\eta = \frac{f_B}{B} = 1.33(bit/s\cdot Hz)$$

(3)100%余弦滚降，$\alpha=\dfrac{1}{2}$，$B=f_B$,所以$f_B = B = 2400 bit/s$

$$\eta = \frac{f_B}{B} = 1(bit/s\cdot Hz)$$

5－22设基带系统的发送滤波器，信道，和接收滤波器总传输特性为$H(\omega)$,如图5.13所示。$\omega_1 = 17\pi\times10^6 rad/s, \omega_2 = 51\pi\times10^6 rad/s$。请确定码间干扰为零时的最高码元速率$R_B$和频带利用率。

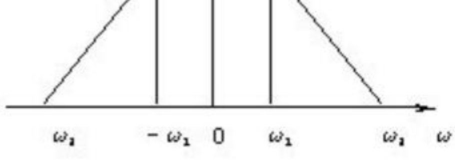


图5.13

解 以$2\omega_1$为间隔划分，在$(-\omega_1, \omega_1)$区间内叠加，

$$\sum H(\omega_1+2i\omega_1)=2 \quad |\omega|\le\omega_1 \quad \text{无码间干扰}$$

而$\pi R_B=\omega_1$

$$R_B=\frac{\omega_1}{\pi}=\frac{17\pi\times10^6}{\pi}=17\times10^6 bit/s$$

$$B=\frac{\omega_2}{2\pi}=\frac{51\times10^6}{2}Hz$$

所以$\eta=\dfrac{f_B}{B}=\dfrac{17\times10^6}{\dfrac{51\times10^6}{2}}=\dfrac{2}{3}=0.667(bit/s\cdot Hz)$

第六章 数字调制系统

6-1 已知某 2ASK 系统的码元传输速率为 $10^3 Baud$，所用的载波信号为 $A\cos(4\pi\times10^3 t)$。

(1)设所传送的数字信息为 011001，试画出相应的 2ASK 信号波形示意图；

(2)求 2ASK 信号的带宽。

解 (1)$\omega_c=4\pi\times10^3, f_c=\dfrac{\omega_c}{2\pi}=2\times10^3 Hz, R_B=10^3 Baud$，所以每个码元周期内有2个载波波形，如图6.1所示。

(2)$B_{2ASK}=2f_s=2\times10^3=2000Hz$

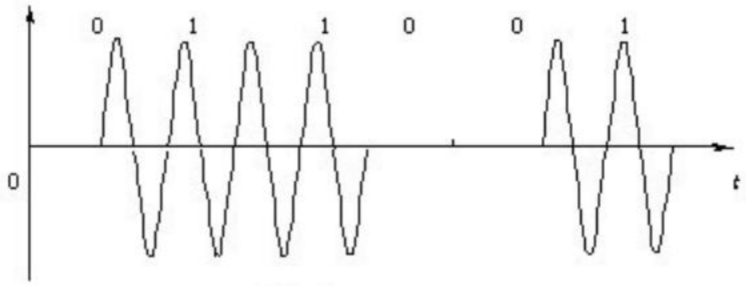


图6.1

6-2 设某 2FSK 调制系统的码元传输速率为 1000$baud$，已调信号的载频为 1000Hz 或 2000Hz.

(1)若发送数字信息为 011010，试画出相应的 2FSK 信号波形；

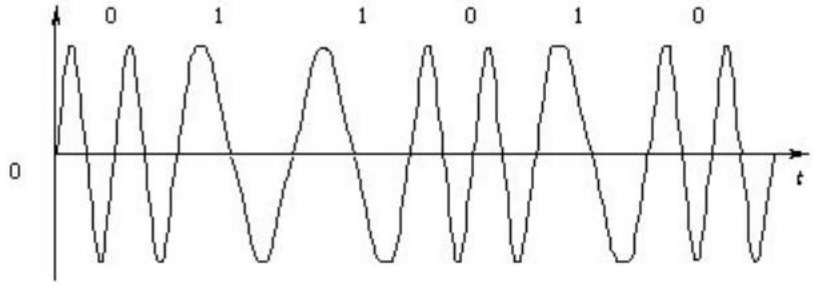
(2)试讨论这时的信号应选择怎样的解调器解调？

(3)若发送数字信息是等可能的，试画出它的功率谱密度草图。

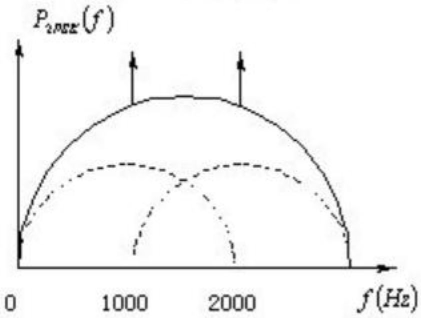
解　(1)2FSK 信号波形如图 6.2（a）所示。其中设以载频为 1000Hz 对应“1”，以载频为 2000Hz 对应“0”。

(2)由于 2FSK 信号载波频差较小即 $|f_2-f_1|=1000=f_g$，2FSK 功率谱密度出现单峰，频谱有较大重叠，用包络检测法不适合，上下两支路有较大串扰，使解调性能降低。所以可以用相干解调或过零检测法解调。

(3) 功率谱密度草图如图 6.2(b)所示。



(a)2FSK 信号波形



（b）功率谱密度草图

图 6.2

6-3 已知电话信道可用的信号传输频带为 600～3000Hz, 取载频为 1800Hz, 试说明：

(1)采用 α=1 升余弦滚降基带信号 QPSK 调制可以传输 2400b/s 数据；

(2)采用 α=0.5 升余弦滚降基带信号 8PSK 调制可以传输 4800b/s 数据；

解信道带宽 $B=3000-600=2400Hz$

(1)$\alpha=1$的$QPSK$

码元速率 $R=\dfrac{2400}{\log_2 4}=1200baud$

基带信号带宽 $B'=\dfrac{1+\alpha}{2}\times 1200=1200Hz$

所以当 $f_c=1800Hz$ 时，$\alpha=1$ 的 $QPSK$ 可以传输 2400b/s 数据。

(2)$\alpha=0.5$的$8PSK$

码元速率 $R=\dfrac{4800}{\log_2 8}=1600baud$

基带信号带宽 $B'=\dfrac{1+\alpha}{2}\times 1600=1200Hz$

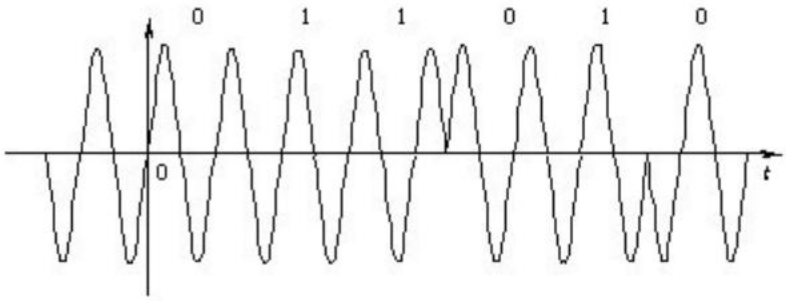
所以当 $f_c=1800Hz$ 时，$\alpha=0.5$ 的 $8PSK$ 可以传输 4800b/s 数据。

6-4 设载频为 1800Hz，码元速率为 1200B，发送数字信息为 011010：

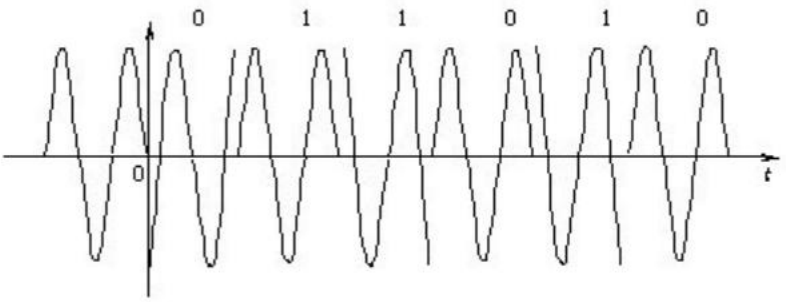
(1)若相位偏移$\Delta\varphi = 0°$代表“0”，$\Delta\varphi = 180°$代表“1”，试画出这时的$2DPSK$信号波形；

(2)又若$\Delta\varphi = 270°$代表“0”，$\Delta\varphi = 90°$代表“1”，则这时的$2DPSK$信号波形又如何；（注：在画以上波形时，幅度可自行假设。）

解　因为码元速率为 1200B，载频为 1800Hz，因此一个码元周期包含 1.5 个载波周期。则当相位偏移取不同值时，$2DPSK$信号波形如图 6.3 所示。



$(a)\Delta\varphi = 0°$代表“0”，$\Delta\varphi = 180°$代表“1”



$(b)\Delta\varphi = 270°$代表“0”，$\Delta\varphi = 90°$代表“1”

图 6.3

6-5 若采用 OOK 方式传输二进制数字信息，已知码元传输速率 $R_s = 2\times10^6 B$，接收端解调器输入信号的振幅 $a=40\ \mu V$，信道加性噪声为高斯白噪声，且其单边频率谱密度 $n_0=6\times10^{-18} W/Hz$. 试求：

(1)非相干接收时，系统的误码率；

(2)干接收时，系统的误码率。

解　(1)2ASK 系统带宽　$B=2R_s=4\times10^6 Hz$

输出噪声的平均功率 $\sigma_n^2=n_0B=6\times10^{-18}\times4\times10^6=24\times10^{-12} W$

解调器输入信噪比$r = \dfrac{a^2}{2\sigma_n^2} = \dfrac{\left(40\times10^{-6}\right)^2}{2\times24\times10^{-12}} = 33.3\geq1$

所以非相干接收时系统的误码率为

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-\frac{r}{4}} = \frac{1}{2}e^{-8.3}$$
$$=1.24\times10^{-4}$$

(2)相干接收时系统的误码率为$P_e = \dfrac{1}{\sqrt{\pi r}}e^{-\frac{r}{4}} \approx 2.42\times10^{-5}$

6-6 若采用 OOK 方式传输二进制数字信息，已知发送端发出的信号振幅为 5V，输入接收端解调器的高斯噪声功率 $\sigma_n^2=3\times10^{-12} W$，今要求误码率 $P_e=10^{-4}$. 试求：

(1)非相干接收时，由发送端到解调器输入端的衰减应为多少？

(2)相干接收时，由发送端到解调器输入端的衰减应为多少？

解 (1)非相干接收时系统的误码率为$P_e = \frac{1}{2}e^{-\frac{r}{4}} = 10^{-4}$

解得输入信噪比$r = 34.07$

设解调器输入端信号振幅为a,则

$a^2 = 2r\sigma_n^2 = 2\times 34.07\times 3\times 10^{-12} = 204.42\times 10^{-12}V^2$

发送端到解调器输入端的衰减K为

$$K = 10\lg\frac{A^2}{a^2} = 10\lg\frac{5^2}{204.42\times 10^{-12}} = 110.8dB$$

(2)相干接收时系统的误码率为$P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi r}}e^{-\frac{r}{4}} = 10^{-4}$

解得输入信噪比$r = 27.4$

设解调器输入端信号振幅为a,则

$a^2 = 2r\sigma_n^2 = 2\times 27.4\times 3\times 10^{-12} = 164.4\times 10^{-12}V^2$

发送端到解调器输入端的衰减K为

$$K = 10\lg\frac{A^2}{a^2} = 10\lg\frac{5^2}{164.4\times 10^{-12}} = 111.8dB$$

6-7 对 OOK 信号进行相干接收，已知发送“1”（有信号）的概率为 P，发送“0”（无信号）的概率为 $1-P$；已知发送信号的峰值振幅为 5V，带通滤波器输出端的正态噪声功率为 $3\times 10^{-12}W$:

(1)若 P=1/2，P_e=10^{-4}则发送信号传输到解调器输入端时共衰减多少分贝？这时的最佳门限值为多大？

(2)试说明 P>1/2 时的最佳门限比 P=1/2 时的大还是小？

(3)若 P=1/2, r=10 dB, 求 P_e。

解 (1)对 2ASK 信号进行相干接收时，则有

$$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\frac{\sqrt{r}}{2}\right) = 10^{-4}$$

所以$erfc\left(\frac{\sqrt{r}}{2}\right) = 2\times 10^{-4}$

$r = 27.4$

又因为$r = \frac{S}{N}$,所以信号功率为

$S = rN = 27.4\times 3\times 10^{-12} = 82.2\times 10^{-12}W$

$S = \frac{a^2}{2}$则有$a = \sqrt{2S} = \sqrt{2\times 82.2\times 10^{-12}} = 12.82\times 10^{-6}V$

由发送端到解调器输入端的衰减为

$$20\lg\frac{A}{a} = 20\lg\frac{5}{12.82\times 10^{-6}} = 111.8dB$$

当$P = \frac{1}{2}$时最佳门限电平应为$V' = \frac{a}{2} = \frac{12.82\times 10^{-6}}{2} = 6.4\times 10^{-6}V$

(2)当$P\rangle\frac{1}{2}$时最佳门限电平应为$\chi' = \frac{a}{2} + \frac{\sigma_n^2}{a}\ln\frac{P(0)}{P(1)}$

因为$P > \frac{1}{2}$即$P(1) > P(0)$,则$\ln\frac{P(0)}{P(1)} < 0$

所以最佳门限小于$a/2$,即$\chi' < V'$

(3)$r = 10dB$,即$10\lg r = 10$,可得$r = 10$

所以$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\frac{\sqrt{r}}{2}\right) = 1.27\times 10^{-2}$

6-8 在 2ASK 系统中，已知发送数据“1”的概率为 $P(1)$，发送“0”的概率为 $P(0)$，且 $P(1)\neq P(0)$，采用相干检测，并已知发送“1”时，输入接收端解调器的信号振幅为 a，输入的窄带高斯噪声方差为 σ_n^2。试证明此时的最佳门限为

$$\chi' = \frac{a}{2}+\frac{\sigma_n^2}{a}\ln\frac{P(0)}{P(1)}$$

证明：采用相干检测时，系统的误码率为

$$P_e = P(1)P_{e1}+P(0)P_{e2} = P(1)\frac{1}{2}\left[1+erf\left(\frac{b-a}{\sqrt{2}\sigma_n}\right)\right]+P(0)\frac{1}{2}\left[1-erf\left(\frac{b}{\sqrt{2}\sigma_n}\right)\right]$$

其中 b 为判决门限。

要求最佳门限，令 $\frac{\partial P_e}{\partial b}=0$

$$\frac{\partial P_e}{\partial b} = P(1)\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{\pi}}\exp\left[-\left(\frac{b-a}{\sqrt{2}\sigma_n}\right)^2\right]\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\sigma_n} -$$

$$P(0)\frac{1}{2}\frac{2}{\sqrt{\pi}}\exp\left[-\left(\frac{b}{\sqrt{2}\sigma_n}\right)^2\right]\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\sigma_n}=0$$

由此解得 $b=\frac{a}{2}+\frac{\sigma_n^2}{a}\ln\frac{P(0)}{P(1)}$ 即为最佳门限 x^*。

6-9 若某 2FSK 系统的码元传输速率为 $2\times10^6 baud$，数字信息为“1”时的频率 f_1 为 10MHz，数字信息为“0”时的频率 f_2 为 10.4MHz，输入接收端解调器的信号振幅为 a= 40 μV。信道加性噪声为高斯白噪声，且其单边功率谱密度 $n_0=6\times10^{-18}\,W/Hz$。试求：

(1)2FSK 信号的频带宽度；

(2)非相干接收时，系统的误码率；

(3)相干接收时，系统的误码率。

解 (1)$2FSK$ 信号的频带宽度

$$\Delta f = |f_2-f_1|+2f_s = |f_2-f_1|+2R_B = (0.4+4\times10^6)MHz = 4.4MHz$$

(2)接收系统带通滤波器的带宽为

$$B = 2R_B = 4\times10^6\,Hz$$

输入端噪声功率 $\sigma_n^2 = n_0B = 6\times18^{-18}\times4\times10^6 = 24\times10^{-12}W$

输入端信噪比

$$r=\frac{a^2}{2\sigma_n^2}=\frac{\left(40\times10^{-6}\right)^2}{2\times24\times10^{-12}}=33.3$$

非相干接收时系统的误码率

$$P_e=\frac{1}{2}e^{-\frac{r}{2}}=\frac{1}{2}e^{-16.7}=3\times10^{-8}$$

(3)非相干接收时系统的误码率

$$P_e=\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)=\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{16.7}\right)=4\times10^{-9}$$

6-10 在二进制移相键控系统中，已知解调器输入端的信噪比 r=10 dB，试分别求出相干解调 2FSK ，相干解调－码变换和差分相干解调 2DPSK 信号时的系统误码率。

解 (1)因$10\lg r = 10dB$，故$r = 10$，2PSK信号的相干解调误码率为

$$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{r}\right) = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{10}\right) \approx \frac{\frac{1}{2}e^{-6}}{\sqrt{\pi \times 10}} \approx 4\times 10^{-6}$$

2$DPSK$信号相干解调－码变换法的误码率为

$$P_e' = 2P_e = 8\times 10^{-6} \quad (P_e\text{很小时})$$

(2)2$DPSK$信号差分相干解调时$P_e = \frac{1}{2}e^{-r} = \frac{1}{2}e^{-10} = 2.27\times 10^{-5}$

6-11 若相干 2PSK 和差分相干 2DPSK 系统的输入噪声功率相同，系统工作在大信噪比条件下，它们达到同样误码率所需的相对功率电平（$k=r_{DPSK}/r_{PSK}$）；若要求输入信噪比一样，则系统性能相对比值（P_{ePSK}/P_{eDPSK}）为多大，并讨论以上结果。

解 相干 2PSK 系统的误码率

$$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{r}\right)$$

在大信噪比条件下，$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi r_1}}e^{-r_1}$

差分相干2$DPSK$系统的误码率$P_e = \frac{1}{2}e^{-r_2}$

它们达到同样的误码率，即$\frac{1}{2\sqrt{\pi r_1}}e^{-r_1} = \frac{1}{2}e^{-r_2}$

设$\frac{r_2}{r_1} = k = \frac{r_{DPSK}}{r_{PSK}}$

则$\frac{1}{2\sqrt{\pi r_1}}e^{-r_1} = \frac{1}{2}e^{-kr_1}$，即$e^{-r_1} = \sqrt{\pi r_1}e^{-kr_1}$

两边取对数，得$-r_1 = \frac{1}{2}\ln\left(\pi r_1\right) - kr_1$

解得$k = \frac{\ln\left(\pi r_1\right)}{2r_1} + 1 = \frac{\ln\left(\pi r_{PSK}\right)}{2r_{PSK}} + 1$

这说明，在大信噪比条件下，要达到相同的误码率（噪声功率相同），采用差分相干$DPSK$系统需要输入的信号的电平较高。

当输入信噪比相同，都为r时，有

$$\frac{P_{ePSK}}{P_{eDPSK}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{\pi r}}e^{-r}}{\frac{1}{2}e^{-r}} = \frac{1}{\sqrt{\pi r}}$$

这说明在大信噪比条件下，即$r >> 1$，如果信噪比相等，则$P_{ePSK} < P_{eDPSK}$。

所以相干解调PSK系统比差分相干解调$DPSK$系统优越。

6-12 已知码元传输速率 $R_B= 10^3B$，接收机输入噪声双边功率谱密度 $n_0/2=10^{-10}W/Hz$ 今要求误码率 $P_e=10^{-5}$。试分别求出相干 2ASK，非相干 2FSK，差分相干 2DPSK 以及 2PSK 等系统所要求的输入信号功率。

解　输入噪声功率 $N_i=n_0B=2\times10^{-10}\times2000=4\times10^{-7}W$

(1)相干 2ASK 系统

$$P_e=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{\sqrt{r}}{2}\right)=10^{-5}$$

解得 $r=36.13$

故输入信号功率为 $S_i=N_i\cdot r=4\times10^{-7}\times36.13=1.45\times10^{-5}W$

(2)非相干 2FSK 系统

$$P_e=\frac{1}{2}e^{-\frac{r}{2}}=10^{-5}$$

解得 $r=21.64$

故输入信号功率为 $S_i=N_i\cdot r=4\times10^{-7}\times21.64=8.65\times10^{-6}W$

(3)差分相干 2DPSK 系统

$$P_e=\frac{1}{2}e^{-r}=10^{-5}$$

解得 $r=10.82$

故输入信号功率为 $S_i=N_i\cdot r=4\times10^{-7}\times10.82=4.328\times10^{-6}W$

(4)相干 2PSK 系统

$$P_e=\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{r}\right)=10^{-5}$$

解得 $r=9.03$

故输入信号功率为 $S_i=N_i\cdot r=4\times10^{-7}\times9.03=3.61\times10^{-6}W$

6-13 已知数字信息为“1”时，发送信号的功率为 1kW，信道衰减为 60 dB，接收端解调器输入的噪声功率为 $10^{-4}W$，试求非相干 2ASK 系统及相干 2PSK 系统的误码率。

解　信道衰减为 60 dB，即为 10^6倍

则有$10\lg\frac{1000}{S}=60$

所以接收端解调器输入的信号功率比为$S=\frac{1000}{10^6}=10^{-3}W$

信噪比为$r=\frac{S}{\sigma_n^2}=\frac{10^{-3}}{10^{-4}}=10$

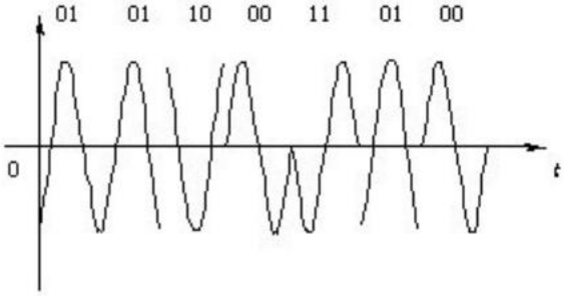
非相干OOK系统误码率$P_e=\frac{1}{2}e^{-\frac{r}{4}}=\frac{1}{2}e^{-2.5}=4.1\times10^{-6}$

相干$2PSK$系统误码率$P_e=\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{r}\right)=\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{10}\right)=4\times10^{-6}$

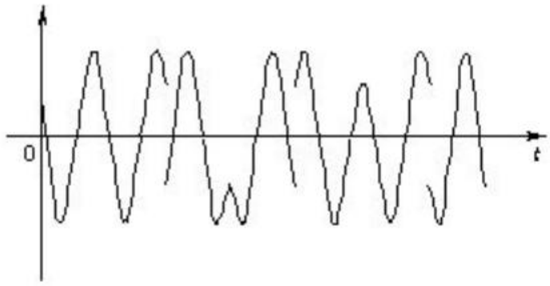
6-14 设发送数字信息序列为 01011000110100，试按表 6.1 的要求，分别画出相应的 4PSK 及 4DPSK 信号的所有可能波形。

双比特码元		载波相位	
a	b	A 方式	B 方式
0	0	0°	225°
1	0	90°	315°
1	1	180°	45°
0	1	270°	135°

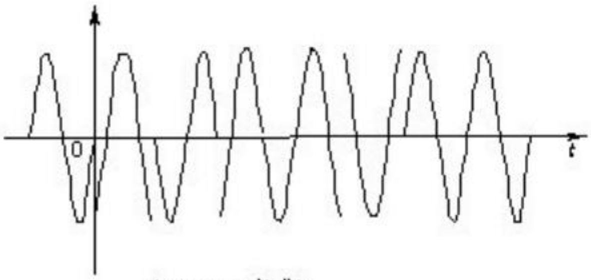
解 4PSK 及 4DPSK 信号波形如图 6.4 所示。



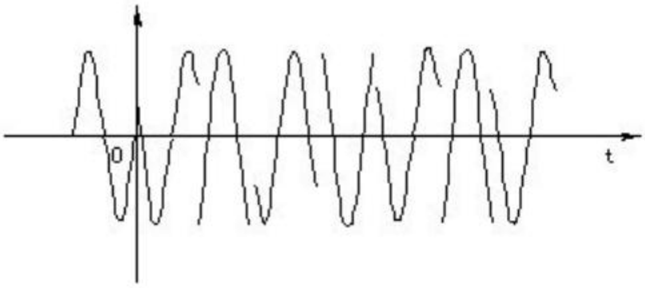
(4PSK A 方式)



(4PSK B 方式)



(4DPSK A 方式)



(4DPSK A 方式)

图 6.4

6-15 设发送数字信息序列为+1-1-1-1-1-1+1，试画出 MSK 信号的相位变换图形。若码元速率为 1000B，载频为 3000Hz，试画出 MSK 信号的波形。

解 MSK信号的表达式为$S_{MSK}(t)=\cos[\omega_c t+\theta(t)]$

式中 $\theta(t)=\frac{\pi a_k}{2T_s}t+\varphi_k,(k-1)T_s\le t\le kT_s$

T_s为码元宽度，a_k为第k个码元中的信息，取值为±1

φ_k为第k个码元的的相位常数，它在时间$(k-1)T_s\le t\le kT_s$内保持不变。

相位常数φ_k的选择应保证相位在码元转换时刻是连续的，所以有下列递归条件：$\varphi_k=\varphi_{k-1}+(a_{k-1}-a_k)\left[\frac{\pi}{2}(k-1)\right]$

设传信频率为f_1,f_2,已知载频$f_c=\frac{1}{2}(f_1+f_2)=3000Hz$

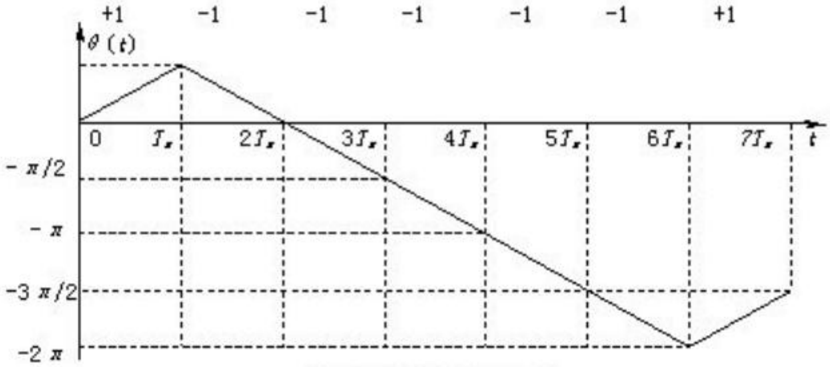
码元速率$f_s=\frac{1}{2}(f_2-f_1)=1000baud$

所以传信频率为$f_1=2750Hz,f_2=3250Hz$

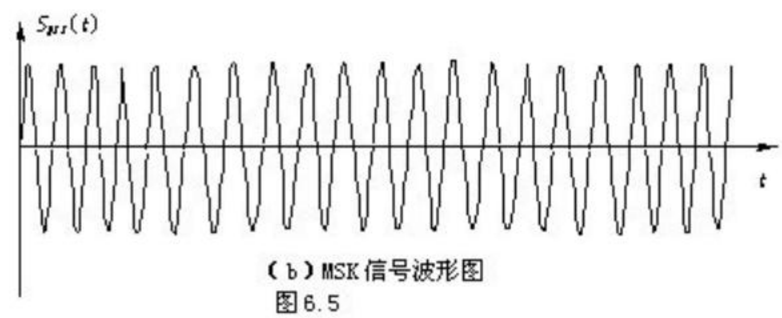
由此可画出MSK信号的相位变化图和MAK信号波形图，如图6.5所示。

图(a)说明：在每一码元时间间隔内，MSK信号相位增加或减少$\frac{\pi}{2}$。

图(b)说明：MSK信号波形中相位始终保持连续变化。



(a)MSK 信号相位变化图



（b）MSK 信号波形图

图 6.5

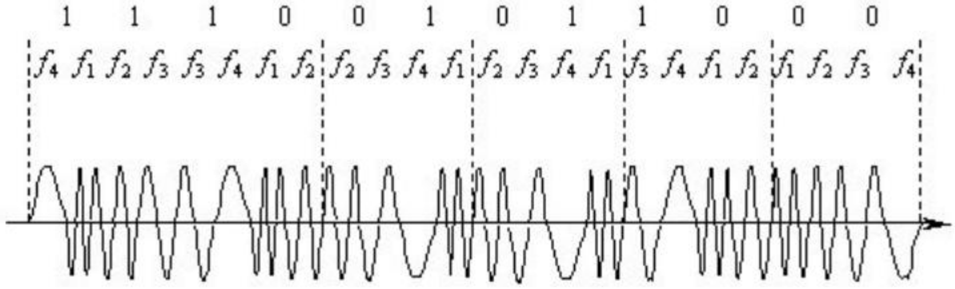
6-16 设时频调制信号为四进制四频四时的调制结构，试以传送二进制信息符号序列 111001011000 为例画出波形示意图。

解　对于四进制四频四时的调制，可以规定

$00 \leftrightarrow f_1f_2f_3f_4 \quad 01 \leftrightarrow f_2f_3f_4f_1$

$10 \leftrightarrow f_3f_4f_1f_2 \quad 11 \leftrightarrow f_4f_1f_2f_3$

为简化作图，设传码率为$R_B = f_s = 0.5f_1 = \frac{2}{3}f_2 = f_3 = 2f_4$，与符号序列111001011000对应的波形示意图如下图所示



6-17 试证明在MSK调制中，相位递归条件：

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + (a_{k-1} - a_k)\left[\frac{\pi}{2}(k-1)\right] = \begin{cases} \varphi_{k-1} & \text{当}a_k = a_{k-1}\text{时} \\ \varphi_{k-1} \pm (k-1)\pi & \text{当}a_k \neq a_{k-1}\text{时} \end{cases}$$

证明因为MSK信号表达式为$S_{MSK} = \cos[\omega_c t + \theta(t)]$

$\theta(t)$为附加相位函数，$\theta(t) = \frac{\pi a_k}{2T_S}t + \varphi_k$，　$(k-1)T_S \le t \le kT_S$。

又MSK调制要求信号相位在码元转换时刻是连续的，即$\theta(t)$在码元a_{k-1}结束时刻和a_k开始时刻应该相等。

所以$\frac{\pi a_{k-1}}{2T_S}\cdot(k-1)T_S + \varphi_{k-1} = \frac{\pi a_k}{2T_S}\cdot(k-1)T_S + \varphi_k$

解得$\varphi_k = \varphi_{k-1} + (a_{k-1} - a_k)\left[\frac{\pi}{2}(k-1)\right] = \begin{cases} \varphi_{k-1} & \text{当}a_k = a_{k-1}\text{时} \\ \varphi_{k-1} \pm (k-1)\pi & \text{当}a_k \neq a_{k-1}\text{时} \end{cases}$

6－18 若2PSK相干解调中相乘器所需的相干载波与理想载波有相位差θ，求相位差对系统误比特率的影响。

解 $2PSK$信号可以写成$S_{PSK}(t) = s(t)\cos\omega_c t$,其中$s(t)$为双极性基带信号。

理想载波时：$S_{PSK}(t)\cos\omega_c t = s(t)\cos^2\omega_c t = s(t)\frac{1+\cos 2\omega_c t}{2}$

经低通滤波器，得到$\frac{1}{2}s(t)$

当存在相位差θ时

$S_{PSK}(t)\cos(\omega_c t + \theta) = s(t)\cos\omega_c t\cos(\omega_c t + \theta) = s(t)\frac{\cos\theta + \cos(2\omega_c t + \theta)}{2}$

经低通滤波器，得$\frac{1}{2}s(t)\cos\theta$。

所以有相位差θ时引起信号功率下降$\cos^2\theta$倍。

采用极性比较法的$2PSK$误码率为$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{r}\right)$,由于有相位误差，

误码率变为$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{r\cos^2\theta}\right)$，所以相干载波相位误差的存在导致了系统误码率的增大。

6－19 在 10Mb/sQPSK 系统中，若接收机输入端测得的 S/N为 10 dB, 接收机带宽为 12MHz，信道噪声为加性白色高斯噪声，求误符号率和误比特率。

解 对于$QPSK$系统,误符号率为$P_{s,QPSK}=2Q\left[\sqrt{\frac{E_s}{n_0}}\right]\left[1-\frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{n_0}}\right)\right]$

因为单位符号的信号能量$E_s=ST_s$,

码元周期$T_s=\left(\frac{1}{10\times10^6/2}\right)=2\times10^{-7}s$

噪声功率$N=n_0B, n_0=N/B$

所以$\frac{E_s}{n_0}=\frac{ST_s}{N/B}=\frac{S}{N}T_sB=10\times2\times10^{-7}\times12\times10^6=24$

则误符号率为

$$P_{s,QPSK}=2Q\left(\sqrt{24}\right)\left[1-\frac{1}{4}Q\left(\sqrt{24}\right)\right]$$

$$=2\times0.026\times10^{-5}\left[1-\frac{1}{4}\times0.026\times10^{-5}\right]=5.2\times10^{-7}$$

误比特率为$P_{b,QPSK}\approx P_{s,QPSK}/2=2.6\times10^{-7}$

6－20试证明$e_0(t)=\left[\sum_n X_n g(t-nT_s)\right]\cos\omega_c t+\left[\sum_n Y_n g(t-nT_s)\right]\sin\omega_c t$可作为$MASK$, $MPSK$, $MAPK$的通式。

证明:幅相键控（MAPK）信号表示式

$$e_0(t)=\left[\sum_n X_n g(t-nT_s)\right]\cos\omega_c t+\left[\sum_n Y_n g(t-nT_s)\right]\sin\omega_c t \qquad (1)$$

对于$MPSK$信号，可以写成

$$e_0(t)=\sum_n g(t-nT_s)\cos(\omega_c t+\varphi_n)$$

$$=\sum_n a_n g(t-nT_s)\cos\omega_c t+\sum_n b_n g(t-nT_s)\sin\omega_c t$$

其中，$a_n=\cos\varphi_n, b_n=\sin\varphi_n$为数据项。

相当于在（1）中$X_n=a_n, Y_n=b_n$,所以$MPSK$信号可以用（1）式表示。

对于$MASK$信号：$e_0(t)=\sum_n a_n g(t-nT_s)\cos\omega_c t$

相当于在（1）中$X_n=a_n, Y_n=0$,所以$MASK$信号可以用（1）式表示。

综上，得证。

第七章 模拟信号的数字传输

7-1 已知一低通信号 $m(t)$的频谱$M(f)$为

$$M(f)=\begin{cases}1-\frac{|f|}{200}, & |f|<200Hz\\ 0, & 其他\end{cases}$$

(1)假设以$f_s=300Hz$的速率对$m(t)$进行理想抽样，试画出已抽样信号$m_s(t)$的频谱草图；

(2)若用$f_s=400Hz$的速率抽样，重做上题。

解（1）由题意知：$m_s(t)=m(t)\cdot\delta_T(t)$,所以

$$M_s(\omega)=\frac{1}{2\pi}M(\omega)*\Omega\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\Omega),\Omega=2\pi f_s$$

$$=f_s\sum_{n=-\infty}^{\infty}M(\omega-n\Omega)=300\sum_{n=-\infty}^{\infty}M(\omega-600\pi n)$$

其频谱如图7.1(a)所示

(2)同理可得

$$M_s(\omega)=400\sum_{n=-\infty}^{\infty}M(\omega-800\pi n)$$

其频谱如图7.1(b)所示

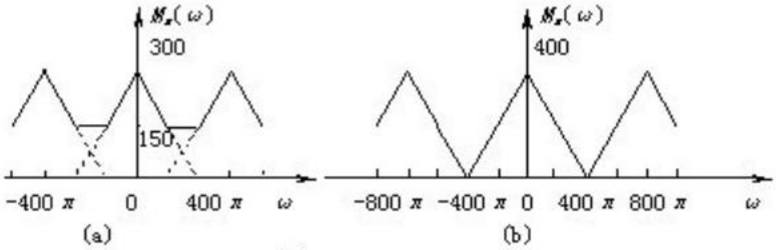


图 7. 1

7-2 已知一基带信号 $m(t)=\cos 2\pi t+2\cos 4\pi t$，对其进行理想抽样：

(1)为了在接收端能不失真的从已知抽样信号 $m_s(t)$ 中恢复 $m(t)$，试问抽样间隔应如何选择?

(2)若抽样间隔取为 0.2s，试画出已抽样信号的频谱图。

解(1)基带信号$m(t)$的角频率为$\omega=4\pi rad/s$

由抽样定理可得抽样频率为$2\pi f_s\geq 2\omega=8\pi rad/s$

所以抽样间隔为$T_s\leq\frac{2\pi}{8\pi}=0.25s$

(2)由题可知

$$M(\omega)=M_1(\omega)+M_2(\omega)$$

$$=\pi[\delta(\omega+2\pi)+\delta(\omega-2\pi)]+2\pi[\delta(\omega+4\pi)+\delta(\omega-4\pi)]$$

因为$m_s(t)=m(t)\cdot\delta_T(t),T=0.2s$

所以$M_s(\omega)=\frac{1}{2\pi}M(\omega)*\Omega\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\Omega),\quad\Omega=2\pi f_s=10\pi rad/s$

$$=5\sum_{n=-\infty}^{\infty}M(\omega-10\pi n)$$

其频谱图如图7.2所示

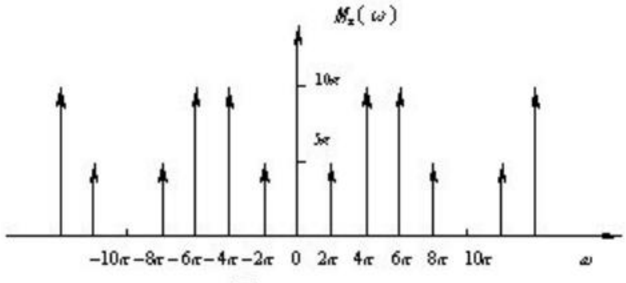


图 7. 2

7-3 已知某信号 $m(t)$的频谱 $M(\omega)$如图 7.3（b）所示，将它通过传输函数为 $H_1(\omega)$ 的滤波器后，再进行理想抽样。

(1)抽样速率应为多少？

(2)若设抽样速率$f_s=3f_3$，试画出已抽样信号 $m_s(t)$的频谱；

(3)接收端的接收网络应具有怎样的传输函数 $H_2(\omega)$，才能由 $m_s(t)$不失真的恢复 $m(t)$。

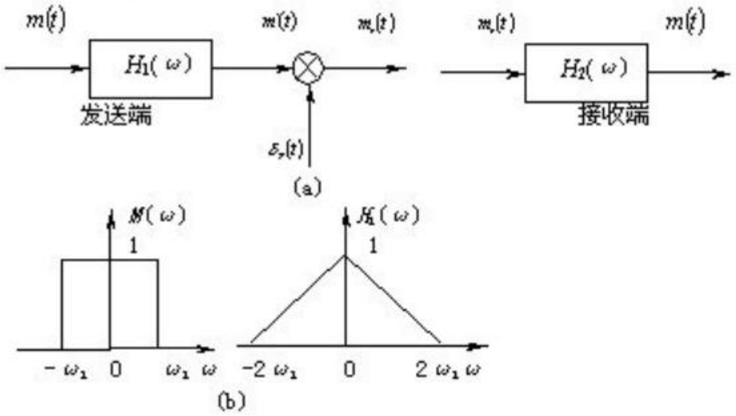


图 7.3

解 (1)要使最后信号不失真，抽样频率$f_s \geq 2f_1$.

(2)信号 $m(t)$通过传输函数 $H_1(\omega)$ 的滤波器后的频谱如图 7.3（c）所示，抽样频率$f_s=3f_3$ 时的频谱如图 7.3(d)所示。

(3)接收网络为 $H_2(\omega)=\begin{cases}\dfrac{1}{H_1(\omega)} & |\omega| \leq \omega_1 \\ 0 & 其他\omega\end{cases}$ 时，可实现不失真恢复$m(t)$。

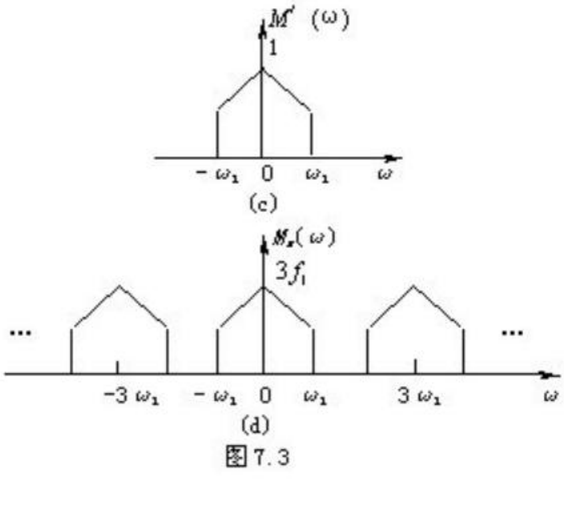
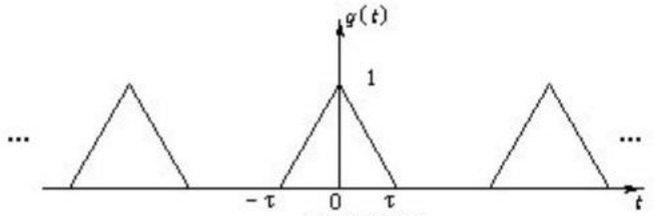


图 7.3

7-4 已知信号 $m(t)$的最高频率为f_m，若用图 7.4(a)所示的 $q(t)$对 $m(t)$进行自然抽样，试确定已抽样信号频谱的表示式，并画出其示意图。[注：$m(t)$的频谱 $M(\omega)$的形状可自行假设。]



(a)抽样脉冲

图 7.4

解设$q(t)$的频谱为$Q(\omega)$ 根据图示$q(t)$的波形,可以得到

$$Q(\omega)=2\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\tau}{T}Sa^2\left(\frac{n\omega_s\tau}{2}\right)\delta(\omega-n\omega_s)$$

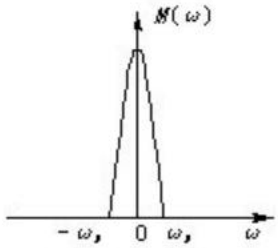
其中$\omega_s=2\pi f_s=2\pi\cdot 2f_m=4\pi f_m$

样值信号$m_s(t)=m(t)q(t)$

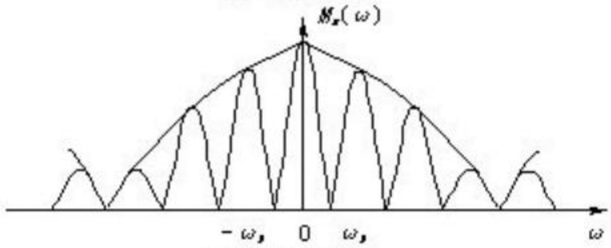
样值信号频谱$M_s(\omega)=\dfrac{1}{2\pi}M(\omega)*Q(\omega)$

于是$M_s(\omega)=\dfrac{\tau}{T}\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}Sa^2\left(\dfrac{n\omega_s\tau}{2}\right)M(\omega-n\omega_s)$

由已知条件假设$M(\omega)$的形状如图7.4(b)所示，则已抽样信号频谱示意图如图7.4(c)所示。



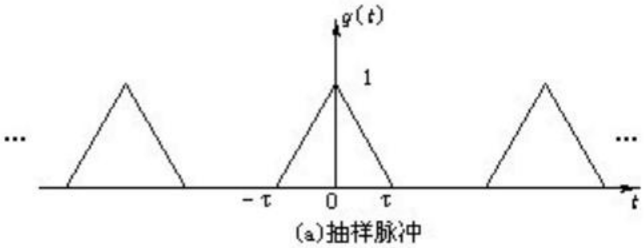
(b)$m(t)$的频谱



(c)样值信号频谱

图 7.4

7-5 已知信号 $m(t)$ 的最高频率为f_m，若用图 7.4(a)所示的 $q(t)$的单个脉冲对 $m(t)$进行瞬时抽样，试确定已抽样信号及其频谱的表示式。



(a)抽样脉冲

解本题为瞬时抽样，理 想抽样周期 $T_s = \frac{1}{2}f_m$,脉冲形成网络

的传输函数为

$$Q(\omega) = A\tau Sa^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) = \tau Sa^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

理想冲激抽样后的信号 频谱为 $M_S(\omega) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} M(\omega - 2n\omega_m)$

$\omega_m = 2\pi f_m$

所以瞬时抽样频谱为

$$M_H(\omega) = M_s(\omega)Q(\omega) = \frac{\tau}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)M(\omega - 2n\omega_m)$$

瞬时抽样信号为 $m_H(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(t)\delta(t - nT_s) * q(t)$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_S)\delta(t - nT_s) * q(t)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_S)q(t - nT_s)$$

7-6 已知信号 $m(t)$的最高频率为f_m ，由矩形脉冲对 $m(t)$进行瞬时抽样，矩形脉冲的宽度为 2 τ ，幅度为 1，试确定已抽样信号及其频谱的表示式。

解本题为瞬时抽样，矩形脉冲形成网络的传输函数为

$Q(\omega) = 2\tau Sa(\omega\tau)$

理想冲激抽样后的信号频谱为$M_S(\omega) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} M(\omega - 2n\omega_m)$

$\omega_m = 2\pi f_m$

所以瞬时抽样频谱为

$$M_H(\omega) = M_s(\omega)Q(\omega) = \frac{2\tau}{T_S}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa(\omega\tau)M(\omega - 2n\omega_m)$$

瞬时抽样信号为

$$m_H(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(t)\delta(t - nT_s) * q(t)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_S)\delta(t - nT_s) * q_{2\tau}(t)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_S)\delta(t - nT_s)q_{2\tau}(t - nT_S)$$

其中$q_{2\tau}(t) = rect(\frac{t}{2\tau})$ $T_S = \frac{1}{2f_m}$

7-7 设输入抽样器的信号为门函数 $G_\tau(t)$, 宽度 τ=20ms, 若忽略其频谱第 10 个零点以外的频率分量，试求最小抽样频率。

解 门函数 $D_\tau(t)$第一个零点f_1 = 1/ τ=50Hz, 其于零点之间间隔相等为 1/ τ ，所以第 10 个零点所在位置f_m =10f_1 =500Hz。

忽略频谱第 10 个零点以外的频率分量, 这时门函数可以看成低通信号, 最高频率f_m 。

所以，最小抽样频率$f_s = 2f_m$ = 1000Hz。

7-8 设信号 $m(t)$=9+$A\cos\omega t$, 其中 $A\leqslant 10V$。若 $m(t)$被均匀量化为 41 个电平，试确定所需的二进制码组的位数 N和量化间隔Δv。

解　由于 $2^5<41<2^6$ 所以二进制码组位数 $N=6$

又因为 $[m(t)]_{max}=19V$，$[m(t)]_{min}=-1V$，$M=41$

所以量化间隔 $\Delta v=\left(\dfrac{19-(-1)}{41}\right)=0.488V$

7-9 已知模拟信号抽样值的概率密度 (x)如图 7.5 所示。若按四电平进行均匀量化，试计算信号量化噪声功率比。

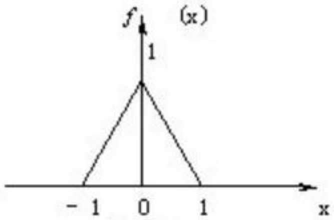


图 7.5

解 量化间隔 $\Delta=\dfrac{U-(-U)}{N}=\dfrac{1-(-1)}{4}=0.5$

量化区间端点 $m_i, i=0,1,2,3,4$ 依次为 $-1, -0.5, 0, 0.5, 1$

量化电平值 $q_i, i=1,2,3,4$ 分别为 $-0.75, -0.25, 0.25, 0.75$。

量化噪声功率为

$$
\begin{aligned}
N_q &= \sum_{i=1}^{4}\int_{m_{i-1}}^{m_i}(x-q_i)^2 f(x)dx \\
&= \int_{-1}^{-0.5}(x+0.75)^2(x+1)dx+\int_{-0.5}^{0}(x+0.25)^2(x+1)dx+ \\
&\quad \int_{0}^{0.5}(x-0.25)^2(-x+1)dx+\int_{0.5}^{1}(x-0.75)^2(-x+1)dx \\
&= \frac{1}{48}
\end{aligned}
$$

信号功率为

$$
\begin{aligned}
S_q &= \sum_{i=1}^{4}q_i^2\int_{m_{i-1}}^{m_i}f(x)dx \\
&= (-0.75)^2\int_{-1}^{-0.5}(x+1)dx+(-0.25)^2\int_{-0.5}^{0}(x+1)dx+ \\
&\quad 0.25^2\int_{0}^{0.5}(-x+1)dx+0.75^2\int_{0.5}^{1}(-x+1)dx \\
&= \frac{3}{16}
\end{aligned}
$$

量化噪声功率比为 $\dfrac{S_q}{N_q}=\dfrac{3/16}{1/48}=9$

7-10 采用 13 折线 A 律编码设最小量化间隔为 1 个单位，已知抽样脉冲值为 +635 单位：

(1)试求此时编码器输出码组，并计算量化误差；

(2)写出对应于该 7 位码(不包括极性码)的均匀量化 11 位码。(采用自然二进制码。)

解　(1)极性码：因为　635>0　所以 $X_1=1$

(2)段落码：因为　635>128　所以 $X_2=1$

635<512　所以 $X_3=1$

635<1024　所以 $X_4=0$

(3)段内码：因为　512+256=768　635<768　所以 $X_5=0$

512+128=640　635<640　所以 $X_6=0$

512+64=576　635>576　所以 $X_7=1$

512+64+32=608　635>608　所以 $X_8=1$

所以输出码組为｛11100011｝

量化误差为 635－608＝27

所对应的均匀量化 11 位码为 01001100000

7-11 采用 13 折线 A 律编码电路，设接收端受到的码组为“01010011”，最小量化间隔为 1 个量化单位，并已知段内码为折叠二进码：

(1)试问译码器输出为多少量化单位？

(2)写出对应于该 7 位码(不包括极性码)的均匀量化 11 位码。

解　(1)因为 $X_1=0$，所以样值为负值。

$X_2X_3X_4=101$，所以在第六量化段，起始电平为 256。

由已知条件知：段内码采用折叠码 0011，其对应二进制码为 0100

所以译码器输出为－（256＋16×4）＝－320 单位

（2)均匀量化 11 位码为 00101000000。

7-12 采用 13 折线 A 律编码，设最小量化间隔为 1 个量化单位，并已知抽样脉冲值为-95 量化单位：

(1)试求此时编码器输出码組，试并计算量化误差；

(2)写出对应于该 7 位码(不包括极性码)的均匀量化 11 位码。

解　(1)极性码 $X_1=0$，又因为

64<95<128

所以码組位于第四段，段落码为 $X_2X_3X_4=011$

量化间隔为 4

-95=-（64+7×4+3）

段内码为 $X_5X_6X_7X_8=0111$

所以输出码組为｛00110111｝

量化误差为 7 个单位。

(2)所对应的均匀量化 11 位码为 00001011100

7-13 信号 $m(t)=M\sin 2\pi f_0 t$　进行简单增量调制，若台阶 σ 和抽样频率选择的既保证不过载，又保证不致因信号振幅太小而使增量调制器不能正常编码，试证明此时要求 $f_s>\pi f_0$。

证明：要保证增量调制不过载，则要求

$$\left|\frac{dm(t)}{dt}\right|_{\max}=\sigma f_s$$

$$\left|\frac{dm(t)}{dt}\right|=M\omega_0\cos\omega_0 t,\ \omega_0=2\pi f_0$$

$$\text{所以}\left|\frac{dm(t)}{dt}\right|_{\max}=M,\quad \omega_0<\sigma f_s$$

要保证增量调制器能够正常编码，要求

$$|m(t)|_{\max}>\frac{\sigma}{2},\text{即}M>\frac{\sigma}{2}$$

$$\sigma f_s>M\omega_0>\frac{\sigma}{2}\cdot 2\pi f_0$$

$$\text{所以}f_s>\pi f_0$$

7-14 对 10 路带宽均为 300～3400Hz 模拟信号进行 PCM 时分复用传输。抽样速率为 800Hz, 抽样后进行 8 级量化，并编为自然二进制码，码元波形是宽度为 τ 的矩形脉冲，且占空比为 1，试求传输此时分复用 PCM 信号所需的带宽。

解　每路信号所占时隙宽度 为$T_i = \frac{1}{8000} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{80} ms$

抽样后进行8级量化，由 $M = 2^N$, 得$N = 3$, 需3位二进制码。

码元宽度为 $T_b = \frac{T_i}{3} = \frac{1}{240} ms$

占空比为1，故脉冲宽度 $\tau = T_b$

系统带宽为 $B = \frac{1}{\tau} = 240\ kHz$

7-15 单路话音信号的最高频率为 4kHz，抽样速率为为 8kHz，以 PCM 方式传输设传输信号的波形为矩形脉冲，其宽度为 τ，且占空比为 1：

(1)抽样后信号按 8 级量化，求 PCM 基带信号第一零点频宽；

(2)抽样后信号按 128 级量化，求 PCM 二进制基带信号第一零点频宽。

解　(1)$f_s = 8kHz \quad \tau = T_i = \frac{1}{f_s} = 125\mu s,$

所以PCM基带信号第一零点频宽为$B = \frac{1}{2\tau} = 4kHz$

(2)采用128级量化，PCM二进制基带信号第一零点频宽为

$B' = B\log_2 128 = 28kHz$

7-16 若 12 路话音信号（每路信号的最高频率均为 4Hz）进行抽样和时分复用，将所得的脉冲用 PCM 系统传输，重做上题。

解改用12路信号后，各带宽相应扩大12倍，所以

(1)抽样信号按8级量化：

$B = 4 \times 12 = 48kHz$

(2)抽样信号按128级量化：

$B = 28 \times 12 = 336kHz$

7-17 已知话音信号的最高频率f_m =3400Hz, 今用 PCM 系统传输，要求量化信道比 S_0/N_q 不低于 30 dB, 试求此 PCM 系统所需的理论最小基带频宽。

解　因为$\frac{S_0}{N_q}$不低于30dB,即$\frac{S_0}{N_q} = 1000$

根据信噪比公式$\frac{S_0}{N_q} = 2^{\frac{2B}{f_m}}$,可算出$PCM$系统所需的频带宽度为

$B = 17kHz$

7-18 若 12 路载波电话信号占有频率范围为 60～108kHz, 求出其最低抽样频率，并画出理想抽样后的频谱。

解信号带宽$B=(108-60)=48kHz$

因为$f_H=108=2\times48+\frac{1}{4}\times48=nB+kB$

其中，$n=2,k=\frac{1}{4}$

所以最低抽样频率$f_{s\min}=2B(1+\frac{k}{n})=2\times48(1+\frac{1}{8})=108kHz$

理想抽样后的频谱如图7.6所示

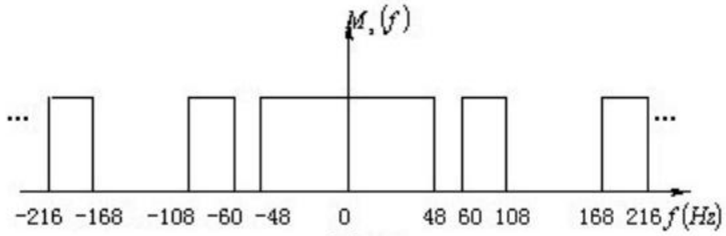


图 7.6

7-19 对 24 路最高频率为 $4kHz$ 的信号进行时分复用，采用 PAM 方式传输。假定所用的脉冲为周期性矩形脉冲，脉冲的宽度 τ 为每路应占用时间的一半。试求此 24 路 PAM 系统的最小带宽。

解 最小抽样频率为 $f_s=4\times2=8kHz$

抽样间隔为 $T_s=\frac{1}{f_s}=\frac{1}{8000}125\mu s$

每路应占用时间为 $T=\frac{T_s}{24}=\frac{1}{8000\times24}s$

因为脉冲宽度τ为每路应占用时间的一半，即

$\tau=\frac{T}{2}=\frac{1}{8000\times24\times2}s$

路数为24路，所以系统的最小带宽为

$B=\frac{1}{\tau}=8000\times24\times2=384kHz$

7-20 信号 $f(t)$的最高频率为f_H Hz, 由矩形脉冲进行平顶抽样，矩形脉冲宽度为 τ，幅度为 A，抽样频率为$f_s=2.5f_H$，求已抽样信号的时间表示式和频谱表示式。

解理想冲激序列：$\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$

脉冲形成器的传输函数为$H(\omega)=A\tau Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$

单位冲激响应$h(t)=D_\tau(t)$

已抽样信号$f_H(t)=f(t)\delta_T(t)*h(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-nT_s)*D_\tau(t)$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(nT_s)D_\tau(t-nT_s)$$

其频谱为$F_H(\omega)=F_s(\omega)H(\omega)=f_s\left[F(\omega)*\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_s)\right]H(\omega)$

$$=f_s\sum_{n=-\infty}^{\infty}F(\omega-n\omega_s)A\tau Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

其中，$\omega_s=2\pi f_s=5\pi f_H$

第八章 数字信号的最佳接收

8-1 试构成先验等概的二进制确知 ASK(OOK)信号的最佳接收机结构。若非零信号的码元能量为 E_b时，试求该系统的抗高斯白噪声的性能。

解 ASK的最佳接收机结构如图 8.1 所示。

根据最佳接收机性能，$E_1=0$ ，$E_2=E_b$时，有

$$A=\sqrt{\frac{E_b}{2n_0}}$$

系统误码率为$P_e=\frac{1}{2}erfc\sqrt{\frac{E_b}{4n_0}}$

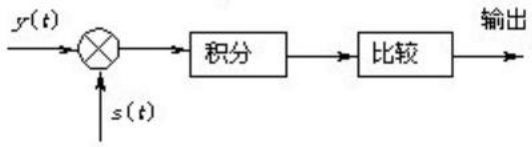


图 8.1

8-2 设二进制 FSK 信号为

$$\begin{cases} s_1(t)=A\cos\omega_1 t & 0\le t\le T_s \\ s_2(t)=A\cos\omega_2 t & 0\le t\le T_s \end{cases}$$

且$\omega_1=\frac{4\pi}{T_s},\omega_2=2\omega_1,s_1(t)$与$s_2(t)$等可能出现，试求：

(1)构成相关检测器形式的最佳接收机结构；

(2)画出各点可能的工作波形；

(3)若接收机输入高斯噪声功率谱密度为$\frac{n_0}{2}(W/Hz)$,试求系统的误码率。

解(1),$s_1(t)$与$s_2(t)$等可能出现，则最佳接收机结构如图8.2(a)所示；

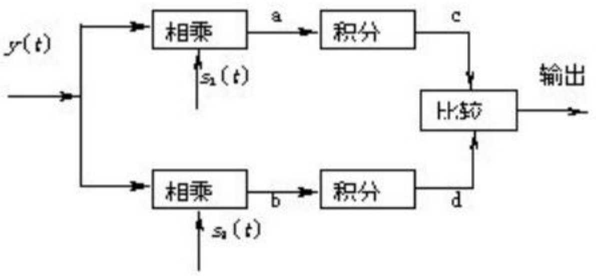
(2)$\omega_1 = \dfrac{4\pi}{T_s}, \omega_2 = 2\omega_1$

表示$s_1(t)$的一个周期T_s内有2个周期载波，$s_2(t)$的一个周期T_s内有4个周期载波，各点可能的工作波形如图8.2(b)所示；

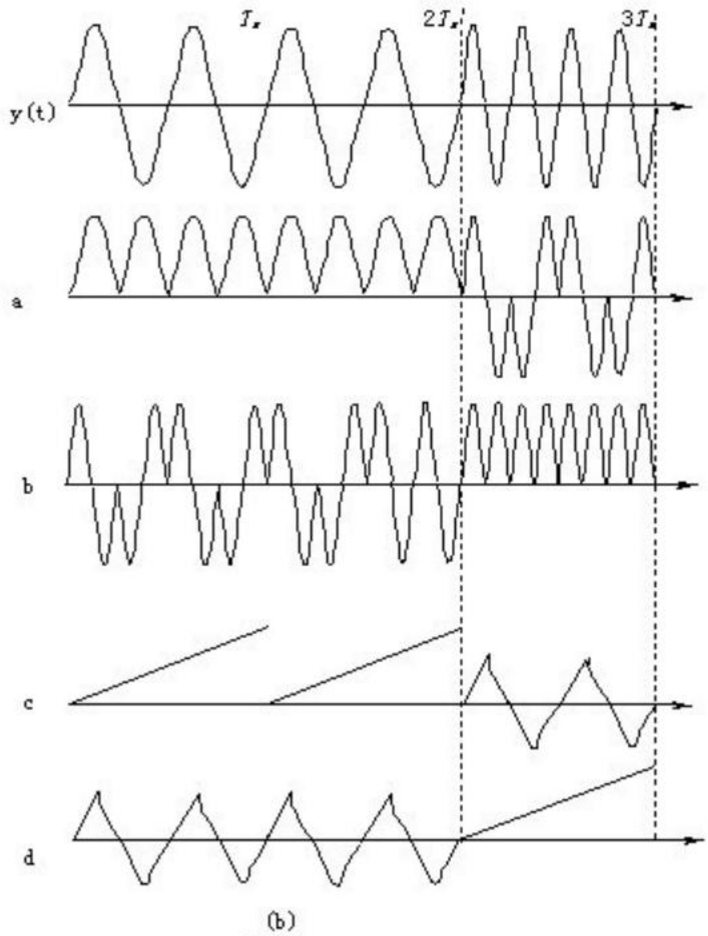
(3)由于信号是等能量，该系统的误码率为：

$$E_1 = E_2 = E_b = \frac{A_0^2 T_s}{2}$$

$$P_e = \frac{1}{2} erfc\sqrt{\frac{E_b}{2n_0}} = \frac{1}{2} erfc\sqrt{\frac{A_0^2 T_s}{2n_0}}$$



(a)



(b)

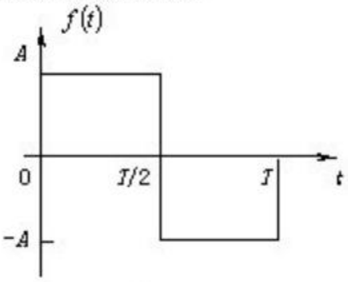
图8.2

8-3 在功率谱密度为 $n_0/2$,的高斯白噪声下，设计一个如图 8.3(a)所示的匹配滤波器。

(1)如何确定最大输出信噪比时刻？

(2)求匹配滤波器的冲激响应和输出波形，并绘出图形；

(3)求最大输出信噪比的值。



(a)
图 8.3

解 (1)最大输出信噪比出现时刻应在信号消失以后，即 $t_0 \geq T$。

(2)匹配滤波器的冲激响应为$h(t)=Kf(t_0-t)$取$K=1, t_0=T$

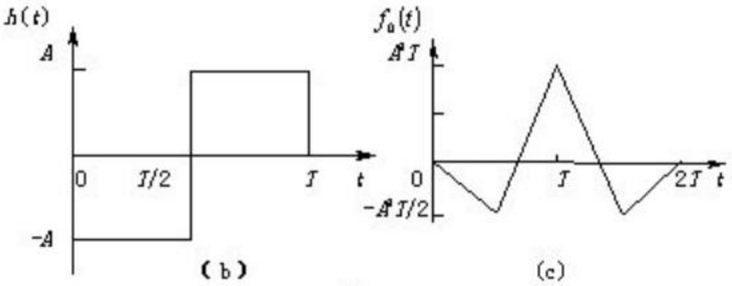
$$\text{所以} h(t)=f(T-t)=\begin{cases}-A & 0\le t\le \frac{T}{2}\\ A & \frac{T}{2}<t\le T,\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

波形如图8.3(b)所示

$$\text{输出波形为} y(t)=h(t)*f(t)=\begin{cases}-A^2t & 0\le t\le \frac{T}{2}\\ A^2(3t-2T) & \frac{T}{2}<t\le T\\ A^2(4T-3t) & T<t\le \frac{3T}{2}\\ A^2(t-2T) & \frac{3T}{2}<t\le 2T\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

波形如图8.3(c)所示。

(3)最大输出信噪比$r_{0max}=\dfrac{2E}{n_0}=\dfrac{2A^2T}{n_0}$



(b) (c)
图 8.3

8-4 在图 8.4(a)中，设系统输入 $s(t)$和 $h_1(t)$, $h_2(t)$分别如图 8.4(b)所示，试绘图解出 $h_1(t)$和 $h_2(t)$的输出波形，并说明 $h_1(t)$和 $h_2(t)$是否是 $s(t)$的匹配滤波器。

解

$$\text{输出波形为} y_1(t)=h_1(t)*s(t)=\begin{cases} A^2(t-T) & T\le t\le \frac{3T}{2} \\ A^2(2T-t) & \frac{3T}{2}<t\le 2T \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$y_2(t)=h_2(t)*s(t)=\begin{cases} A^2(t-\frac{T}{2}) & \frac{T}{2}\le t\le T \\ A^2(\frac{3}{2}T-t) & T<t\le \frac{3T}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

波形分别如图8.4(c),(b)所示

因为在$t=T$时刻，$y_2(t)$获得最大信噪比，而$y_2(t)$的信噪比为0，故从最佳冲激响应考虑$h_2(t)$是$s(t)$的匹配滤波器。$h_1(t)$不是，如从物理可实现来考虑，两者都是。

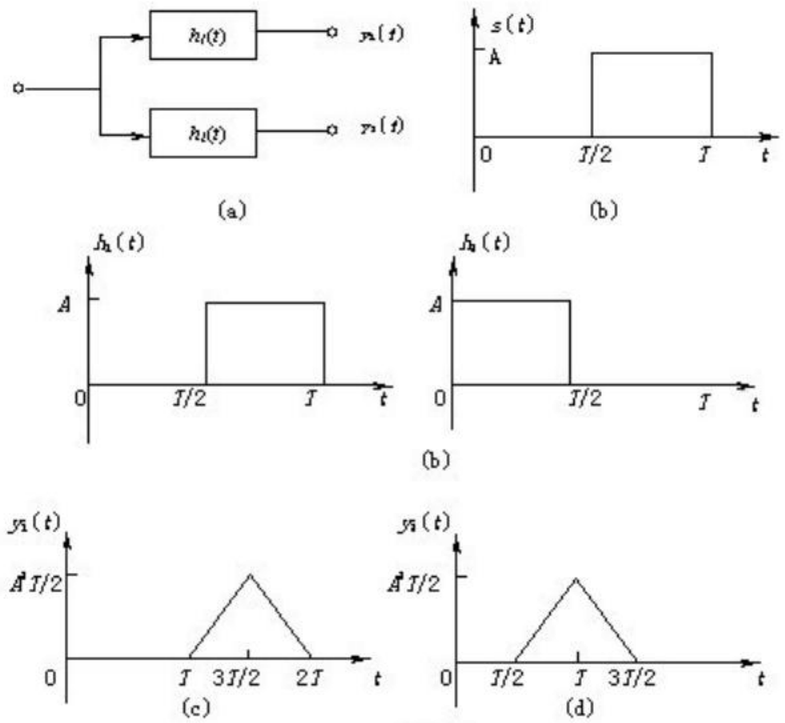


图 8.4

8-5 设 PSK 方式的最佳接收机与实际接收机有相同的输入信噪比 E_b/n_0，如果 E_b/n_0=10 dB，实际接收机的带通滤波器带宽为 6/T (Hz)，T 是码元宽度，则两种接收机的误码性能相差多少？

解实际接收机

$$r=\frac{S}{N}=\frac{S}{n_0B}=\frac{S}{6n_0\frac{1}{T}}=\frac{E_b}{6n_0}$$

实际接收机误码率

$$P_e=\frac{erfc\sqrt{r}}{2}=\frac{erfc\sqrt{\frac{E_b}{6n_0}}}{2}=\frac{erfc\sqrt{\frac{5}{3}}}{2}=3.4\times10^{-2}$$

最佳接收机误码率$P_e=\dfrac{erfc\sqrt{\frac{E_b}{n_0}}}{2}$

大信噪比时有近似公式$P_e=\dfrac{1}{2\sqrt{\frac{E_b}{n_0}\pi}}\exp\left(-\dfrac{E_b}{n_0}\right)=\dfrac{e^{-10}}{2\sqrt{10\pi}}=4.0\times10^{-6}$

$$\frac{P_{e实}}{P_{e最}}=\frac{3.4\times10^{-2}}{4\times10^{-6}}=8500$$

8-6 设到达接收机输入端的二进制信号码元 $s_1(t)$及 $s_2(t)$的波形如图 8.5(a)、(b)所示，输入高斯噪声功率谱密度为 $n_0/2$ (W/Hz)：

(1)画出匹配滤波器形式的最佳接收机结构；

(2)确定匹配滤波器的单位冲激响应及可能的输出波形；

(3)求系统的误码率。

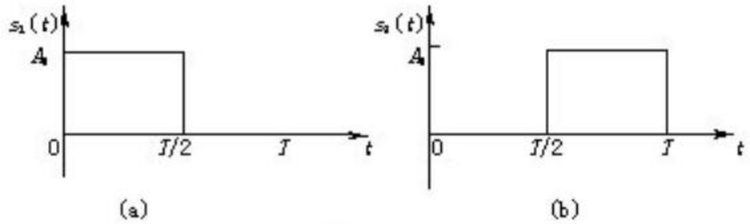


图8.5

解 (1)最佳接收机结构如图8.5(c)所示

(2)由题意$h_1(t)=s_1(T-t) \quad h_2(t)=s_2(T-t)$

波形如图8.5(d),(e)所示

由于$y_r(t)$可能为$s_1(t)$或$s_2(t)$，因此共有四种可能的输出波形：

$$y_1(t)=y_r(t)*h_1(t)$$

$$=\begin{cases} s_1(t)*s_1(T-t), \text{接收码元为} s_1(t) \\ s_2(t)*s_1(T-t), \text{接收码元为} s_2(t) \end{cases}$$

$$y_2(t)=y_r(t)*h_2(t)$$

$$=\begin{cases} s_1(t)*s_2(T-t), \text{接收码元为} s_1(t) \\ s_2(t)*s_2(T-t), \text{接收码元为} s_2(t) \end{cases}$$

波形分别如图8.5(f),(g),(h),(i)所示。

(3)由题意可知，$E_1=E_2=E_b=\dfrac{A_0^2 T}{2}$,且$s_1(t)$和$s_2(t)$的相关系数为

$$\rho=\frac{\int_0^T s_1(t)s_2(t)dt}{\sqrt{E_1E_2}}=0$$

系统误码率为

$$P_e=\frac{1}{2}erfc\left[\sqrt{\frac{E_b(1-\rho)}{2n_0}}\right]$$

$$=\frac{1}{2}erfc\left[\sqrt{\frac{A_0^2T}{4n_0}}\right]$$

$$=\frac{1}{2}erfc\left(\frac{A_0}{2}\sqrt{\frac{T}{n_0}}\right)$$

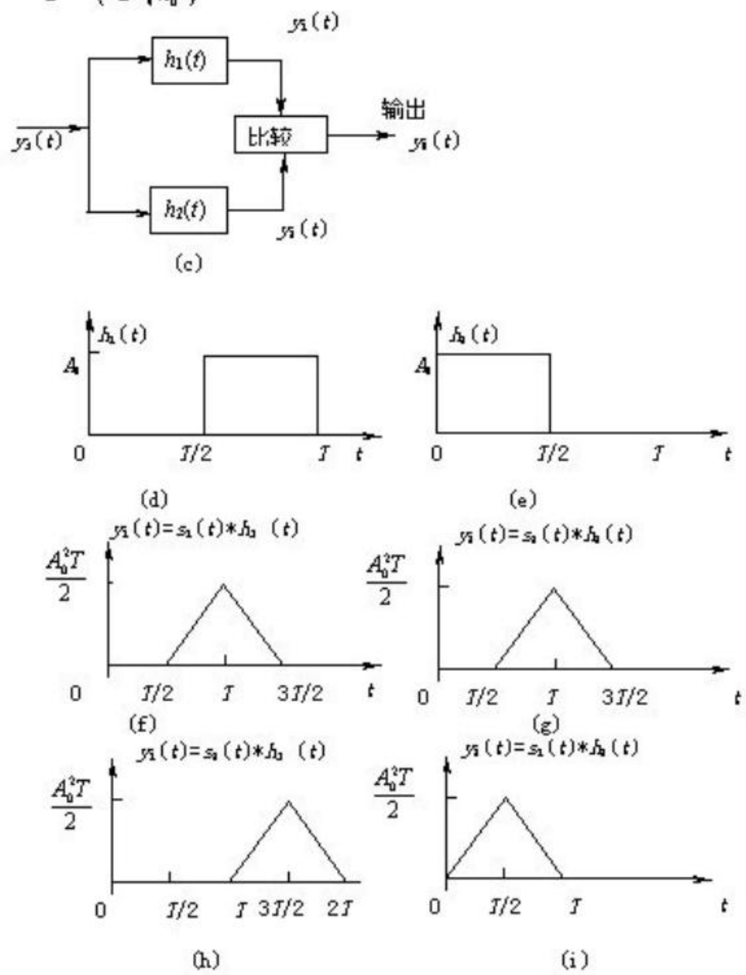


图8.5

8-7 在高斯白噪声下最佳接收二进制信号 $s_1(t)$及 $s_2(t)$，这里

$$\begin{cases} s_1(t) = A\sin(\omega_1 t + \varphi_1) & 0 < t < T \\ s_2(t) = A\sin(\omega_2 t + \varphi_2) & 0 < t < T \end{cases}$$

式中，在（0，T）内 ω_1与 ω_2满足正交要求；φ_1与φ_2分别是服从均匀分布的随机变量：

(1)试构成匹配滤波器形式的最佳接收机结构；

(2)求系统的误码率。

解(1)匹配滤波器形式的最佳接收机结构如图8.6所示

$$h_1(t) = \sin\omega_1(T-t)$$

$$h_2(t) = \sin\omega_2(T-t)$$

(2)系统的误码率为$P_e = \frac{1}{2}e^{-\frac{h^2}{2}}$

其中$h^2 = \frac{E}{n_0} = \frac{A^2T}{2n_0}$

所以$P_e = \frac{1}{2}e^{-\frac{A^2T}{4n_0}}$

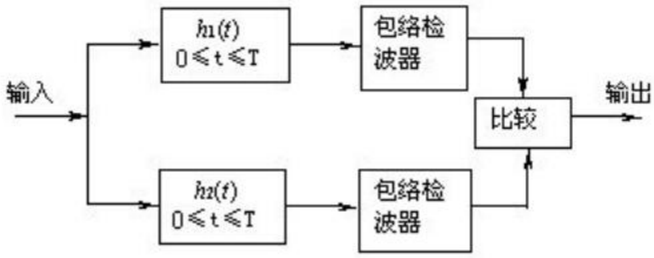


图8.6

8-8 若理想信道基带系统的总特性满足下式

$$\sum_i H\left(\omega + \frac{2\pi i}{T_s}\right) = T_s, |\omega| \le \frac{\pi}{T_s}$$

信道高斯噪声的功率谱密度为$n_0/2$ (W/Hz)，信号的可能电平为L, 即0，$2d$, …$2(L-1)d$等概出现：

(1)接收滤波器输出噪声功率；

(2)求系统的最小误码率。

解 (1)接收滤波器输出噪声功率谱密度为

$$P_0(\omega) = P_i(\omega)|G_R(\omega)|^2 = \frac{n_0}{2}|H(\omega)|$$

输出噪声功率为$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|H(\omega)|d\omega = \frac{n_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|H(\omega)|d\omega$

其中$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|H(\omega)|d\omega = 1$

则$\sigma^2 = \frac{n_0}{2}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|H(\omega)|d\omega = \frac{n_0}{2}$

(2)由题意信号的可选电平为$0, 2d, \cdots, 2(L-1)d$等概出现时，判决门限依次为$d, 3d, \ldots, (2L-1)d$，在抽样时刻上，噪声取值超过判决门限，即判为错，但最外边的两个电平只会在一个方向上出错，所以误码率为

$$P_e = \left(1-\frac{1}{L}\right)P(|\eta| > d) = \left(1-\frac{1}{L}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{d-\eta}{\sigma}\right)\right] = \left(1-\frac{1}{L}\right)erfc\,\frac{d}{\sqrt{2}\sigma}$$

$$= \left(1-\frac{1}{L}\right)erfc\,\frac{d}{\sqrt{n_0}}$$

8-9 某二进制数字基带传输系统由发送滤波器，信道和接收滤波器组成，已知发送“0”和“1”的概率分别为 0.3 和 0.7，是单极性基带波形，系统总的传输函数为

$$H(\omega)=G_T(\omega)C(\omega)G_R(\omega)=\begin{cases}T & |\omega|\le\dfrac{2\pi}{T}\\[2mm] 0 & |\omega|>\dfrac{2\pi}{T}\end{cases}$$

噪声 $n(t)$ 是双边功率谱密度为 $n_0/2\ (W/Hz)$，均值为 0 的高斯白噪声，信道 C(ω)=1。

(1)要使系统最佳化，试问 $G_T(\omega)$ 与 $G_R(\omega)$ 应如何选择？

(2)该系统无码间干扰的最高码元传输速率为多少？

(3)求该系统的最佳判决门限和最小误码率。

解 (1)因为 C(ω)=1，系统信道为理想信道。在理想信道下，系统传输特性

$H(\omega)=G_T(\omega)\cdot G_R(\omega)$

要消除码间干扰，同时 P_e 最小，则

$G_T(\omega)=G_R(\omega)=H^{1/2}(\omega)=\sqrt{T}$

(2)要使系统无码间干扰，则须使 $\pi R_B=\dfrac{2\pi}{T}$，则最高码元传输速率为 $\dfrac{2}{T}$。

(3)因为 $n(t)$ 是均值为0，$P_i(\omega)=\dfrac{n_0}{2}W/Hz$ 的高斯白噪声，所以系统总的

误码率 P_e 为

系统总的误码率 P_e 为 $P_e=P(1)P_{e1}+P(0)P_{e0}$

双极性基带信号 $P_{e1}=\int_{-\infty}^{V_d}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n^2}}dx$

$P_{e0}=\int_{V_d}^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}dx$ 试中 V_d 为判决门限。

误码率 P_e 为 $P_e=P(1)\int_{-\infty}^{V_d}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_n^2}}dx+$

$$P(0)\int_{V_d}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}dx$$

令 $\dfrac{\partial P_e}{\partial V_d}=0$ 得最佳判决门限 V_d^{*}

所以 $V_d^{*}=\dfrac{A}{2}+\dfrac{\sigma_n^2}{A}\ln\dfrac{P(0)}{P(1)}$

因为 $P(0)=0.3, P(1)=0.7$

所以 $V_d^{*}=\dfrac{A}{2}+\dfrac{\sigma_n^2}{A}\ln\dfrac{3}{7}$

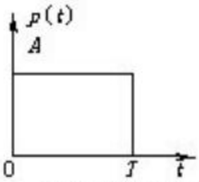
系统误码率为 $P_e=\dfrac{1}{2}erfc\left(\dfrac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right)$（等概率时）

8-10已知矩形脉冲波形$p(t)=A[U(t)-U(t-T)]$，$U(t)$为阶跃函数，如图8.7(a)所示，求：

(1)匹配滤波器的冲激响应；

(2)匹配滤波器的输出波形；

(3)在什么时刻和什么条件下输出可以达到最大值?



(a)矩形脉冲波形

图8.7

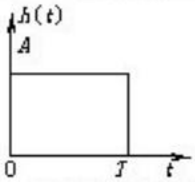
解 (1)匹配滤波器的冲激响应$h(t)=p(T-t)= A[U(t)-U(t-T)]$，其波形如图8.7(b) 所示

(2)匹配滤波器的输出为

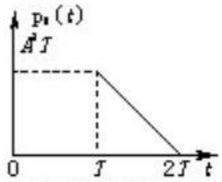
$$p_0(t)=p(t)*h(t)=\begin{cases}A^2t & 0\le t<T\\ A^2(2T-t) & T\le t\le 2T\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

其波形如图8.7(C)所示

(3)在$t=T$时刻取得最大值A^2T。



(b)匹配滤波器特性



(c) 匹配滤波器输出波形

8-11 已知脉冲信号为

$$\begin{cases}e^{-t} & 0\le t\le T\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

求此信号在（0，T)区间的匹配滤波器冲激 响应及输出信号。

解 匹配滤波器冲激响应$h(t)$为

$$h(t)=f(T-t)=\begin{cases}e^{-T+t} & 0\le t\le T\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

输出信号$f_0(t)$为

$$f_0(t)=f(t)*h(t)=\int_0^T e^{-t-\tau}\cdot e^{T-\tau}d\tau$$

$$=e^{-T-t}\int_0^T e^{2\tau}d\tau=e^{-t}\cdot sh(t)$$