

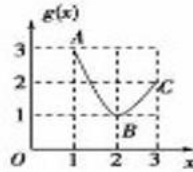
2020年春季延迟开学期间高一数学精选试题（一）

命题人：

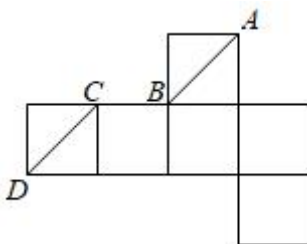
一、选择题（每小题5分，共60分）

- 已知集合 $M = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, $N = \{-2, 2\}$, 则下列结论成立的是 ()
 A. $M \subseteq N$ B. $M \cup N = M$ C. $M \cap N = N$ D. $M \cap N = \{2\}$
- 倾斜角为 45° 的直线 l 经过两点 $(m, 2)$ 和 $(2m+2, 3m)$, 则 m 的值是 ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 已知函数 $y=f(x)$ 的对应关系如表, 函数 $y=g(x)$ 的图象是如图的曲线 ABC , 其中 $A(1, 3)$, $B(2, 1)$, $C(3, 0)$, 则 $f[g(1)]$ 的值为 ()

x	1	2	3
$f(x)$	2	3	0



- 圆 $C_1: x^2+y^2=4$ 和 $C_2: (x-3)^2+(y+4)^2=49$ 的位置关系是 ()
 A. 相交 B. 相离 C. 内切 D. 外切
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1, \end{cases}$ 那么 $f(\ln 2)$ 的值是 ()
 A. 0 B. 1 C. $\ln(\ln 2)$ D. 2
- 幂函数的图象过点 $(2, \frac{1}{4})$, 则它的单调递增区间是 ()
 A. $(0, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, +\infty)$
- 已知 $a = \sqrt{0.3}$, $b = 2^{0.3}$, $c = 0.3^{0.2}$, 则 a, b, c 三者的大小关系是 ()
 A. $b > c > a$ B. $b > a > c$ C. $a > b > c$ D. $c > b > a$
- 函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = -x+1$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 等于 ()
 A. $-x+1$ B. $-x-1$ C. $x+1$ D. $x-1$
- 一个正方体的展开图如图所示, A, B, C, D 为原正方体的顶点, 则在原来的正方体中 ()



A. $AB \parallel CD$

B. AB 与 CD 相交

C. $AB \perp CD$

D. AB 与 CD 所成的角为 60°

10. 《九章算术》卷5《商功》记载一个问题“今有圆堡墙（*dǎo*），周四丈八尺，高一丈一尺，文积几何？意思是：今有圆柱形土筑小城堡，底面周长为4丈8尺，高1丈1尺，问它的体积是（ ）立方尺。（取 $\pi=3$ ，1丈=10尺）

A. 2112

B. 2111

C. 4224

D. 4222

11. 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，已知 $AB \perp AC$ ， $AA_1 = BC = 5$ 。M 是 BC 中点，则直线 A_1M 与平面 ABC 所成角的正切值为（ ）

A.

B. 2

C.

D. 3

12. 如果函数 $f(x)$ 对任意的实数 x ，都有 $f(x) = f(1-x)$ ，且当 $x \geq \frac{1}{2}$ 时， $f(x) = \log_2(3x-1)$ ，那么函数 $f(x)$ 在 $[-2, 0]$ 的最大值为（ ）

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

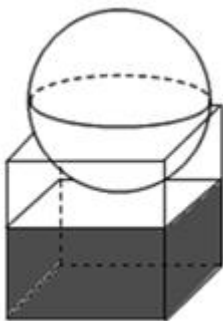
二、填空题（每小题5分，共20分）

13. 计算 $\log_2 3 + \log_2 6 - \log_2 9 =$ _____.

14. 已知 $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ ，若 $f(a) = 3$ ，则 $f(2a) =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (1-2a)^x & (x < 1) \\ \frac{a}{x} + 4 & (x \geq 1) \end{cases}$ ，且对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ， $x_1 \neq x_2$ 时，都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ ，则 a 的取值范围是 _____.

16. 如图，有一个水平放置的透明无盖的正方体容器，容器高 4cm ，将一个球放在容器口，再向容器内注水，当球面恰好接触水面时测得水深为 3cm ，如果不计容器的厚度，则球的表面积为 _____.



三、解答题（共6个小题，第17题10分，其它每小题12分，共70分）

17. 设全集 $U = R$ ，集合 $A = \{x | 2^{x-1} \geq 1\}$ ， $B = \{x | x^2 - 4x - 5 < 0\}$.

(1) 求 $A \cap B$ ， $(C_U A) \cup (C_U B)$;

(2) 设集合 $C = \{x | m+1 < x < 2m-1\}$ ，若 $B \cap C = C$ ，求实数 m 的取值范围.

18. 已知两条直线 $l_1: x+2y-6=0$ 和 $l_2: x-2y+2=0$ 的交点为 P . 求:

(1) 过点 P 与 $Q(1, 4)$ 的直线方程;

(2) 过点 P 且与直线 $x-3y-1=0$ 垂直的直线方程.

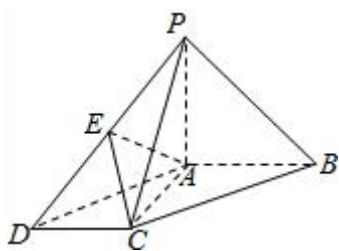
19. 已知圆 C 的圆心为 $(1, 1)$ ，直线 $x+y-4=0$ 与圆 C 相切.

(1) 求圆 C 的标准方程;

(2) 若直线 l 过点 $(2, 3)$ ，且被圆 C 所截得弦长为 2，求直线 l 的方程.

20. 在底面为平行四边形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \perp AC$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 点 E 是 PD 的中点.

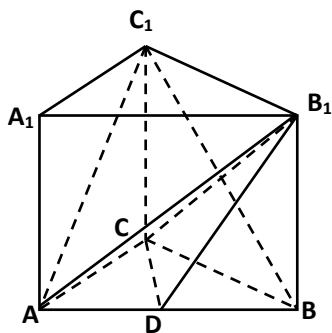
(1) 求证: $PB \parallel$ 平面 AEC ; (2) 求证: 平面 $EAC \perp$ 平面 PAB .



21. 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , $AC=3, BC=4, AB=5, AA_1=4$, 点 D 是 AB 的中点.

(1) 求证: $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 ; (2) 求证: $AC \perp BC_1$;

(3) 求直线 AB_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角的正切值.



22. 已知函数 $g(x) = f(x) + \frac{1-2^x}{1+2^x} - 1$, 其中 $f(x) = \lg \frac{4-x}{4+x}$, 其中 $x \in (-4, 4)$.

(1) 判断并证明函数 $f(x)$ 在 $(-4, 4)$ 上的单调性; (2) 求 $g(1-\sqrt{2}) + g(\frac{1}{\sqrt{2}+1})$ 的值

(3) 是否存在这样的负实数 k , 使 $f(k - \cos \theta) + f(\cos^2 \theta - k^2) \geq 0$ 对一切 $\theta \in R$ 恒成立, 若存在, 试求出 k 取值的集合; 若不存在, 说明理由.