

数 学 试 题

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 考生做题时将答案答在答题卡的指定位置上, 在本试卷上答题无效.
2. 答题前, 考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
3. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂, 非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔书写, 字体工整, 笔迹清楚.
4. 请按照题号在各题的答题区域(黑色线框)内作答, 超出答题区域书写的答案无效.
5. 保持卷面清洁, 不折叠、不破损.

第 I 卷 选择题(共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $M = \{-1, 0, 1, 2\}$, $N = \{x | x(x-1) = 0\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{-1, 0, 1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{0, 1\}$

2. 集合 $\{x \in \mathbf{N} | \frac{6}{6-x} \in \mathbf{N}\}$ 的子集个数为

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

3. 某学校先后举办了多个学科的实践活动. 高一(9)班有 50 名同学, 其中 30 名同学参加了数学活动, 26 名同学参加了物理活动, 9 名同学既没有参加数学活动, 也没有参加物理活动, 这个班同时参加数学、物理两个活动的同学的人数为

- A. 15 B. 14 C. 13 D. 12

4. 与函数 $y = x$ 为同一函数的是

- A. $y = \sqrt{x^2}$ B. $y = a^{\log_a x} (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$
 C. $y = \log_a a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ D. $y = \log_x x^x$

5. 方程 $2^{x-1} + x = 5$ 的解所在的区间是

- A. (0, 1) B. (1, 2) C. (2, 3) D. (3, 4)

6. 今有一组实验数据如下：

x	2.0	3.0	4.0	5.1	6.1
y	1.5	4.1	7.5	12	18.1

现准备用下列函数中一个近似地表示这些数据满足的规律，比较恰当的一个是

- A. $y = \log_2 x$ B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ C. $y = \frac{x^2 - 1}{2}$ D. $y = 2x - 1$

7. 已知 $a = \log_{0.8} 0.6$, $b = \ln 0.6$, $c = 0.8^{0.6}$, 则

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

8. 设 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 1, \\ \log_{81} x, & x > 1. \end{cases}$ 若 $f(m) = \frac{1}{4}$, 则 $m =$

- A. 2 B. 3 C. -2 或 3 D. 2 或 9

9. 设 $x_1 = 17$, $x_{n+1} = |x_n + 4| - 10$, ($n \in \mathbf{N}^*$), 则集合 $\{x | x = x_n, n \in \mathbf{N}^*\}$ 中所有元素之和为

- A. 32 B. 33 C. 25 D. 18

10. 偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $f(-2) = 0$, 则不等式 $xf(x-1) > 0$ 的解集为

- A. $(-1, 3)$ B. $(-2, 2)$
 C. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-1, 0) \cup (3, +\infty)$

11. 已知函数 $f(x) = \log_a(ax^2 - 2x)$ 在区间 $(\frac{1}{2}, 1)$ 上为增函数, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(0, 1)$ B. $[4, +\infty)$
 C. $(0, 1) \cup [2, +\infty)$ D. $(0, 1) \cup [4, +\infty)$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2ax - 1, & x \leq 1, \\ \log_a(x + a - 1), & x > 1, \end{cases}$ 为 \mathbf{R} 上的增函数, 则实数 a 的取值范围

- A. $(1, 2)$ B. $(1, 2]$ C. $(1, \frac{3}{2})$ D. $(1, \frac{3}{2}]$

第 II 卷 非选择题(共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 在平面直角坐标系内,坐标轴上的点的集合用描述法可表示为_____.

14. 函数 $g(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{|x-2|-1}$ 的定义域为_____.

15. 函数 $f(x) = \frac{1}{1-2^x} + a$ 为奇函数,则 $a =$ _____.

16. 已知 $\lambda \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x-4, & x \geq \lambda \\ x^2-4x+3, & x < \lambda. \end{cases}$ 若函数 $f(x)$ 恰有两个零点,则 λ 的取值

范围是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

(1) 解方程: $\log_3(1-2 \cdot 3^x) = 2x+1$;

(2) 已知 $x+x^{-1}=3$, 求 $x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$.

(1) 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, 没有元素 x 使 $x \in A$ 与 $x \in B$ 同时成立, 求实数 m 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = x^2 - 4x + a + 3$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上至少有一个零点, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[a, a+2]$ 上的最大值为 3, 求实数 a 的值.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \log_a(a - a^x)$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$).

(1) 讨论 $f(x)$ 的定义域;

(2) 解不等式 $f(x) > 0$.

21. (本小题满分 12 分)

某工厂生产一种机器的固定成本为 5000 元, 且每生产 1 部, 需要增加投入 25 元. 对销售市场进行调查后得知, 市场对此产品的需求量为每年 500 部. 已知年销售收入为 $H(x) = 500x - \frac{1}{2}x^2$ ($0 \leq x \leq 500, x \in \mathbf{N}$), 其中 x 是产品售出的数量.

(1) 若 x 为年产量, y 表示年利润, 求 $y = f(x)$ 的表达式. (年利润 = 年销售收入 - 投资成本(包括固定成本))

(2) 当年产量为何值时, 工厂的年利润最大? 并求出年利润的最大值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{3a^x - 6 + a}{3a^x + a}$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数.

(1) 求 a 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的值域;

(3) 当 $x \in (0, 2]$ 时, 不等式 $2 + \lambda f(x) - 3^x \geq 0$ 恒成立, 求实数 λ 的取值范围.