厦门市 2019—2020 学年（下）高一 7 月质检

数学试卷

试卷分Ⅰ卷和Ⅱ卷两部分，满分 150 分 考试时间 120 分钟

第Ⅰ卷（选择题 共 50 分）

一、单选题：本题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．在答题卷上相应题目的答题区域内作答．

1．化简 $\sin 15^\circ \cos 5^\circ - \cos 15^\circ \sin 5^\circ$ 结果为（　）

A．$\sin 10^\circ$　　B．$\cos 10^\circ$　　C．$\sin 20^\circ$　　D．$\cos 20^\circ$

【答案】A

【解析】$\sin 15^\circ \cos 5^\circ - \cos 15^\circ \sin 5^\circ = \sin\left(15^\circ - 5^\circ\right) = \sin 10^\circ$，故选 A

【点评】本题考查两角和差公式的应用，根据公式计算即可，属简单题

2．集合 $A = \left\{x \middle| x^2 - 2x - 3 \le 0\right\}$，$B = \left\{x \middle| x > 1\right\}$，则 $A \cap B =$（　）

A．$(1,3)$　　B．$(1,3]$　　C．$[-1,+\infty)$　　D．$(1,+\infty)$

【答案】B

【解析】计算得 $A = \left\{x \middle| -1 \le x \le 3\right\}$，所以 $A \cap B = \left(1,3\right]$，故选 B

【点评】本题考查不等式计算及交集计算，掌握十字相乘法，结合数轴求交集即可，属简单题

3．下图中的三角形图案称为谢宾斯基三角形，在四个三角形图案中，着色的小三角形的个数依次构成数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 4 项，则 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式可以为（　）

A．$a_n = 2n - 1$　　B．$a_n = 2^n - 1$　　C．$a_n = 3^n$　　D．$a_n = 3^{n-1}$

【答案】D

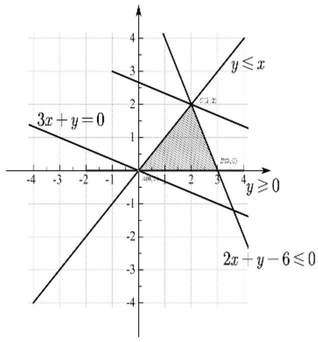
【解析】由图可得，四个图中着色三角形的数目分别为 $1,3,9,27$，成等比数列，且 $a_1 = 1, q = 3$，故 $a_n = 3^{n-1}$，选 D

【点评】本题考察等比数列通项公式，代入首项和公比即可，属简单题

4．已知实数 x,y 满足条件 $\begin{cases} y\geq 0 \\ y\leq x \\ 2x+y-6\leq 0 \end{cases}$，则 $z=x+3y$ 的最大值为（　　）

A． 0　　　　B． 3　　　　C． 8　　　　D． 9

【答案】C



【解析】由三不等式画图和解方程组得可行区域为点 $(0,0),(3,0),(2,2)$ 围起来的封闭区域，由 $z=x+3y$ 得 $y=\dfrac{-x}{3}+\dfrac{z}{3}$，即求斜率为 $-\dfrac{1}{3}$ 的直线过可行区域的截距三倍值的最大值．由图知当 $y=\dfrac{-x}{3}$ 过点 $(2,2)$ 时 z 有最大值 8，故选 C．

【点评】常见的截距型线性规划考察．需要注意的是“不画图直接求出三直线的交 z 计算”这捷径忽略了可行区域为开放型区域时三个点未必都取得到，导致错误，因此不建议用．

5．在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=2$，$a_3a_5=64$，则 $\dfrac{a_5+a_6}{a_1+a_2}=$（　　）

A． 4　　　　B． 8　　　　C． 16　　　　D． 64

【答案】C

【解析】$a_3a_5={a_4}^2=64$，又 $a_2a_4>0$，则 $a_4=8$． $\dfrac{a_5+a_6}{a_1+a_2}=q^4=\left(\dfrac{a_4}{a_2}\right)^2=16$，故选 C．

【点评】考查等比数列的下标差性质，难度较低．

6．设 a,b,c 是三条不同直线，α,β,γ 是三个不同平面，则下列命题正确的是（　　）

A．若 $a\perp b$，$b\perp c$，则 $a\perp c$　　　　B． $\alpha\perp\beta,\beta\perp\gamma$，则 $\alpha//\gamma$

C．若 $a\perp b$，$a\perp\alpha$，则 $b//\alpha$　　　　D．若 $\alpha//\beta$，$a\perp\alpha$，则 $a\perp\beta$

【答案】D

【解析】选项 A、B，忽略了 $a//c$ 和 $\alpha\perp\gamma$ 的情况；选项 C，忽略了 $b\subset\alpha$；对于选项 D，由 $a\perp\alpha$ 得直线 a 垂直于平面 α 的两条相交直线 l_1,l_2，又 $\alpha//\beta$，则平面 β 内也存在两条相交直线 l_3,l_4 与直线 l_1,l_2 平行，则直线 a 垂直于平面 β 内的两条相交直线，即 $a\perp\beta$，故选 D．

【点评】考察点线面的位置关系，这类题目可以画正方体，代入线面关系求解．同时也要注意易错点：直线与平面的位置关系有平行、相交、在平面内．

7．已知数列$\left\{a_n\right\}$，满足$a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=\dfrac{1}{n\left(n+1\right)}$，则$a_{10}=$（　　）

A．$\dfrac{9}{10}$　　　　B．$\dfrac{10}{11}$　　　　C．$\dfrac{19}{10}$　　　　D．$\dfrac{21}{11}$

【答案】C

【解析】由$a_{n+1}-a_n=\dfrac{1}{n\left(n+1\right)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$可得，

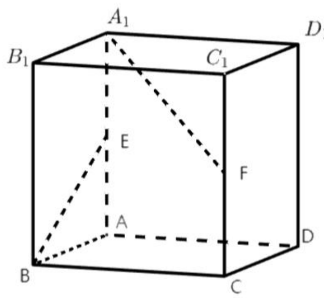
$$a_n=a_2-a_1+a_3-a_2+a_4-a_3+\cdots+a_n-a_{n-1}+a_1=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}+1=2-\frac{1}{n}\left(n\in N^*\right)$$

$a_{10}=2-\dfrac{1}{10}=\dfrac{19}{10}$，所以答案选择 C 选项.

【点评】本题考查累加法求数列通项，并综合了最常见的裂项相消，属于简单题.

8．如图，棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，点E,F是棱AA_1,CC_1的中点，过BE的平面α与直线A_1F平行，则平面α截正方体所得截面的面积为（　）

A．$\sqrt{5}$　　　　B．$2\sqrt{5}$　　　　C．4　　　　D．5



【答案】B

【解析】取DD_1中点G，连接CG, EG,连接EC,易得$A_1F//EC$,所以$A_1F//$平面$EBCG$,

平面$EBCG$,即为α平面；$S_\alpha=S_{EBCG}=2\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$，所以答案选择 B 选项.

【点评】本题考查了空间中线面平行关系的证明和应用，是中档题.

二、多选题：本题共 2 小题，每小题 5 分共 10 分．每小题给出的四个选项中，有一个或多个选项是符合题目要求的．全部选对得 5 分，选对但不全得 3 分，选错或多选得 0 分．

9．已知数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_1=-\dfrac{1}{2}$，$a_{n+1}=\dfrac{1}{1-a_n}$，则下列各数是$\left\{a_n\right\}$的项有（　）

A．-2　　　　B．$\dfrac{2}{3}$　　　　C．$\dfrac{3}{2}$　　　　D．3

【答案】BD

【解析】递推法从1开始赋值，可求得$a_2=\dfrac{2}{3}$，$a_3=3$，$a_4=-\dfrac{1}{2}$，$a_5=\dfrac{2}{3}$，$a_6=3$，可知周期为3，符合选项只有 BD．

【点评】本题考查数列递推公式，从1开始赋值找规律即可，属简单题

10．已知$a>b>c$，则下列不等式一定成立的是（　）

A．$a+b>2c$　　　　B．$a-b>b-c$　　　　C．$ac>bc$　　　　D．$\dfrac{1}{a-c}<\dfrac{1}{b-c}$

【答案】AD

【解析】因为$a>c$，$b>c$，两式相加即得$a+b>2c$，A 正确；令$a=3$，$b=2.5$，$c=1$，排除 B 项；令$c=0$，排除 C 项；因为$a-c>b-c>0$，所以$\dfrac{1}{a-c}<\dfrac{1}{b-c}$，D 项正确，故选 AD

【点评】本题考查不等式比大小，掌握不等式基本性质以及学会应用赋值法即可求解，属简单题

11．已知函数$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin x+\cos x$，下列说法正确的是（　）

A．$f\left(x\right)$的最小正周期为2π　　　　B．$f\left(x\right)$的最大值为$\sqrt{3}+1$

C．$f\left(x\right)$在区间$\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$上为减函数　　　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$为$f\left(x\right)$的一个零点

【答案】ACD

【解析】$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin x+\cos x=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi$，A 对；当$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$时，$f\left(x\right)$取得最大值为$2$，B 错；$x\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$，$x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{5\pi}{6}\right]\subseteq\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]$，$\sin x$在$\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]$上递减，C 对；$f\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=0$，D 对．

【点评】本题主要考察三角函数的综合性质，覆盖面广，难度适中．

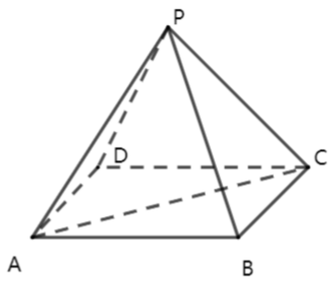
12．如图，在正四棱锥 $P-ABCD$（底面 $ABCD$ 为正方形，P 在底面的投影是正方形的中心）中，下列说法正确的是（　）

A． $AC\perp PB$

B． AB 与 PD 所成角等于 BC 与 PD 所成角

C．若平面 $PAD\cap$ 平面 $PBC=l$，则 $l//AD$

D．平面 PAD 与平面 PBC 所成二面角与 $\angle APB$ 相等或互补



【答案】 ABC

【解析】A 选项，连接 BD 交 AC 于 O，连接 PO，底面 $ABCD$ 为正方形，$\because P$ 在底面的投影是正方形的中心

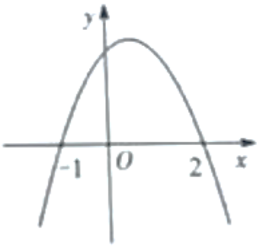
$\therefore\begin{cases}AC\perp BD\\AC\perp PO\\BD\cap PO=O\\BD、PO\subset \text{平面}PBD\end{cases}\Rightarrow AC\perp \text{平面}PBD\Rightarrow AC\perp PB$，A 对; B 选项，$\because AB//CD\ \therefore AB$ 与 PD 所成角于 CD 与 PD 所成角，即 $\angle PDC$，同理，BC 与 PD 所成角即为 $\angle PDA$，$\because \Delta PDC$ 与 ΔPDA 全等，$\therefore \angle PDC=\angle PDA$，B 对；C 选项，$\begin{cases}BC//AD\\AD\subset \text{平面}PAD\\BC\not\subset \text{平面}PAD\end{cases}\Rightarrow BC//\text{平面}PAD$，$\begin{cases}BC//\text{平面}PAD\\PAD\cap \text{平面}PBC=l\\BC\subset \text{平面}PBC\end{cases}\Rightarrow BC//l$，$\because BC//AD$，$\therefore l//AD$，C 对；D 选项，取 AD 中点 N，BC 中点 M，$\angle MDN$ 即为平面 PAD 与平面 PBC 所成二面角，显然不与 $\angle APB$ 相等或互补，D 错；

【点评】本题结合正四棱锥，考察了空间中平行、垂直、线线角、二面角，与今年高考题金字塔题遥相呼应，利用正四棱锥的基本性质对立体几何的相关基础知识进行了全面的考察，难度中等偏上.

第Ⅱ卷（非选择题 共 100 分）

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在答题卷上的相应题目的答题区域内作答．

13．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的图像如下图所示，则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是________



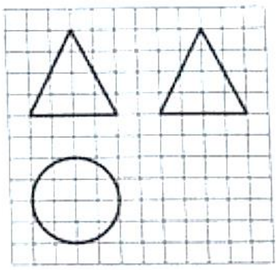
（第13题图）

【答案】$\left(-1,2\right)$

【解析】由题可知不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集在图像中表示为二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的图像在 x 轴的上半部分对应的 x 的取值范围，由图可知此时 $x\in\left(-1,2\right)$

【点评】此题考查学生对二次函数、一元二次不等式与图像的关系的理解与掌握，属于基础题

14．如上图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的侧面积为________



（第14题图）

【答案】$4\sqrt{5}\pi$

【解析】由三视图可知几何体为圆锥，侧面积 $S=\dfrac{1}{2}lr$，母线长度 $r=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，底面周长为 $l=2\pi r'=2\times 2\times\pi=4\pi$，$\therefore S=\dfrac{1}{2}lr=4\sqrt{5}\pi$

【点评】此题考查了三视图及圆锥表面积的计算方法，属于简单题

15．等腰三角形顶角的余弦值为$\frac{5}{13}$，则一个底角的正切值为______.

【答案】$\frac{3}{2}$

【解析】设顶角为α，底角为β，在三角形中因为$\beta=\frac{\pi-\alpha}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\left(0<\frac{\alpha}{2}<\frac{\pi}{2},0<\beta<\frac{\pi}{2}\right)$，由诱导公式可得

$\sin\beta=\cos\frac{\alpha}{2}$，故$\sin\beta=\cos\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=\sqrt{\frac{1+\frac{5}{13}}{2}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$，$\cos\beta=\sqrt{1-\sin^2\beta}=\sqrt{1-\frac{9}{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，

$\tan\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{3}{2}$.

【点评】本题属简单题，考点是三角形中角的关系、同角三角函数关系、诱导公式、二倍角公式，与以往的考题相比，无大变化，考生可进一步强化对应的公式.

16．已知数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_1+3a_2+5a_3+\cdots+(2n-1)a_n=2^{n+1}$，则$a_3=$______；若对任意的$n\in N^*,a_n\geq(-1)^n\lambda$，则$\lambda$的取值范围为______.（本题第一空2分，第二空3分）

【答案】$\frac{8}{5}$；$-\frac{8}{5}\leq\lambda\leq\frac{4}{3}$

【解析】当$n=1$时，$a_1=4$，当$n\geq2$时$a_1+3a_2+5a_3+\cdots+(2n-3)a_{n-1}=2^n$，原式与此式相减得

$(2n-1)a_n=2^{n+1}-2^n=2^n$，$a_n=\frac{2^n}{2n-1}$，经验证$n=1$时不符合此式，故$a_n=\begin{cases}4,n=1\\ \frac{2^n}{2n-1},n\geq2\end{cases}$，所以$a_3=\frac{8}{5}$；因为

$a_n\geq(-1)^n\lambda$，当n为奇时变形得$\lambda\geq-a_n$，即$\lambda\geq\left(-a_n\right)_{\max}$，$-a_1=-4$，当$n\geq2$时，$-a_n=-\frac{2^n}{2n-1}$随着$n$的增大而减小，最大值为$-a_3=-\frac{8}{5}>-a_1$，所以$\lambda\geq-\frac{8}{5}$；当$n$为偶时变形得$\lambda\leq a_n$，即$\lambda\leq\left(a_n\right)_{\min}$，$a_n=\frac{2^n}{2n-1}$随着$n$的增大而减大，最小值为$a_2=\frac{4}{3}$，故$\lambda\leq\frac{4}{3}$综上，$-\frac{8}{5}\leq\lambda\leq\frac{4}{3}$.

【点评】本题属于退位相减法求数列通项、数列与不等式结合的相关知识，重点要掌握退位相减法的基本思路以及要注意在解不等式的过程中需要讨论奇偶，属于中等题目.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤，在答题卷上相应题目的答题区域内作答．

17．在ΔABC中，a，b，c分别是角A，B，C所对的边，满足$a\cos C+c\cos A=2b\cos B$．

（1）求B；

（2）若D是边BC边上的中点，$AD=\sqrt{7}$，$AB=1$，求ΔABC的面积．

【答案】$B=\dfrac{p}{3}$；$S_{\vartriangle ABC}=\dfrac{1}{2}BA\cdot BC\cdot\sin B=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

【解析】

（1）由正弦定理把边化成角：$\sin A\cos C+\sin C\cos A=2\sin B\cos B$，左边再由和差公式和三角形内角和关系：

$\sin B=2\sin B\cos B$，所以$\cos B=\dfrac{1}{2}$，$B=\dfrac{p}{3}$

（2）在$\text{D}ABD$中，由余弦定理得：$\cos B=\dfrac{1}{2}=\dfrac{AB^2+BD^2-AD^2}{2AB\cdot BD}$，解得：$BD=3$

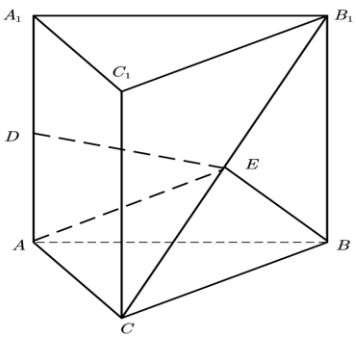
，所以$BC=6$，所以$S_{\vartriangle ABC}=\dfrac{1}{2}BA\cdot BC\cdot\sin B=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

【点评】(1）用到正弦定理、和差公式、三角形内角和关系，是这部分常用常考的公式，属于基础题；(2）考到中线定义，在多个三角形中使用余弦定理，属于基础题．

18．如图，已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$（底面 ABC 是正三角形，侧棱与底面垂直）.

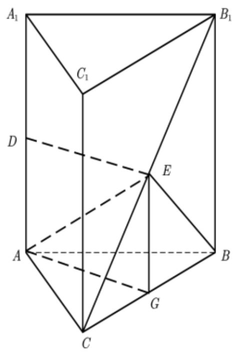
$AB=AA_1=2$，D，E 分别是 AA_1，CB_1 的中点.

（1）证明：$DE//$ 平面 ABC；
（2）求三棱锥 $E-ABC$ 的体积.



【答案】（1）见解析（2）$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】
（1）取 BC 的中点为 G



$\because E$ 是 CB_1 的中点

$\therefore EG//BB_1$，$EG=\dfrac{1}{2}BB_1$，

又$\because AD//BB_1$，$AD=\dfrac{1}{2}BB_1$，

$\therefore AD//EG$，$AD=EG$
$\therefore$四边形是 $AGED$ 平行四边形
$\therefore DE//AG$
又$\because AG\subset$平面 PAC
$DE\not\subset$平面 PAC
$\therefore DE//$ 平面 ABC

由（1）知，$EG//BB_1$，

$\therefore BB_1\perp$平面ABC

$\therefore EG\perp$平面ABC

$\therefore V_{E-ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.EG=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times1=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

【点评】难度中等．第一问辅助线做法属于常规操作；第二问题型问法与往年相比，求多面体的体积基本没有大变化

19．在① $S_3=a_6$，② $S_4=20$，③ $a_1+a_4+a_7=24$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题，并解答．（注：如果选择多个条件分别解答，则按第一个解答给分）

已知等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $a_3=6$，_________

（1）求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=2^{a_n}+a_n$，求 $\left\{b_n\right\}$ 的前 n 项和 T_n

【答案】$a_n=2n$；$T_n=\dfrac{4}{3}(4^n-1)+n^2+n$，

【解析】

（1）选择①，设数列 $\left\{a_n\right\}$ 的公差为 d，因为 $S_3=a_6$，$a_3=6$．所以 $\begin{cases}3a_1+3d=a_1+5d\\a_1+2d=6\end{cases}$，解得 $a_1=2,d=2$，所以

$a_n=2+\left(n-1\right)\times 2=2n$；

选择②；设数列 $\left\{a_n\right\}$ 的公差为 d，因为 $S_4=20$，$a_3=6$，所以 $\begin{cases}4a_1+6d=20\\a_1+2d=6\end{cases}$，解得 $a_1=2,d=2$，

所以 $a_n=2+\left(n-1\right)\times 2=2n$；

选择③；设数列 $\left\{a_n\right\}$ 的公差为 d，因为 $a_1+a_4+a_7=3a_4=24$，所以 $a_4=8$，因为，所以 $a_3=6$，

所以 $a_1=2,d=2$ 所以 $a_n=2+\left(n-1\right)\times 2=2n$

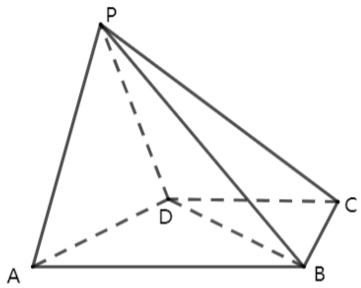
（2）因为 $b_n=2^{2n}+2n=4^n+2n$，所以
$$\begin{aligned}T_n&=b_1+b_2+\cdots+b_n\\&=(4+2)+(4^2+4)+\cdots+(4^n+2n)\\&=(4+4^2+\cdots+4^n)+(2+4+\cdots+2n)\\&=\frac{4\times(1-4^{n})}{1-4}+\frac{n(2+2n)}{2}\\&=\frac{4}{3}(4^n-1)+n^2+n\end{aligned}$$，

【点评】（1）本题考点是数列求通项，数列的基础公式，下标和定理，属于基础题（2）本题考点是分组求和求数列的通项，属于基础题．

20．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$AB//CD$，$\angle ABC=90^{\circ}$，$AB=2$，$PA=PD=CD=BC=1$

（1）证明：$BD\perp$ 平面 PAD

（2）求直线 AB 与平面 PBD 所成角的大小



【答案】（2）直线 AB 与平面 PBD 所成角为 30°

【解析】

（1）取 AB 中点 E，连接 DE，则 $CD//BE$，$CD=BE$，$\angle ABC=90^{\circ}$

所以四边形 $ABCD$ 为矩形，所以 $DE=BC=1$，$DE\perp AB$，所以 $AD=\sqrt{2}$.

因为 $BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{2}$，所以 $AD^2+BD^2=AB^2$，所以 $BD\perp AD$

又平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，且平面 $PAD\bigcap$ 平面 $ABCD=AD$，$BD\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $BD\perp$ 平面 PAD

（2）因为 $BD\perp$ 平面 PAD，$PA\subset$ 平面 PAD，所以 $BD\perp PA$

因为 $PA^2+PD^2=AD^2$，所以 $PD\perp PA$

因为 $BD\bigcap PD=D$，BD，$PD\subset$ 平面 PBD，所以 $AP\perp$ 平面 PBD

所以 $\angle ABP$ 为直线 AB 与平面 PBD 所成角

因为 $AP\perp$ 平面 PBD，$PB\subset$ 平面 PBD，所以 $AP\perp PB$，

所以在 $Rt\Delta APB$ 中，$\sin\angle ABP=\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{1}{2}$. 所以 $\angle ABP=30^{\circ}$，

所以直线 AB 与平面 PBD 所成角为 30°

【点评】本题考查线面垂直判定，面面垂直的性质，线面角等知识；考查空间想象能力，推理论证能力和运算求解能力；考查数形结合，化归与转化等数学思想. .

21．已知 $f\left(x\right)=2x^{2}-\left(a+2\right)x+a,a\in R$

（1）解关于 x 的不等式 $f\left(x\right)>0$；

（2）若方程 $f\left(x\right)=x+1$ 有两个正实数根 x_1,x_2，求 $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}$ 的最小值.

【答案】

（1）$a=2$ 时，解集为 $\left\{x\mid x\neq 1\right\}$

$a>2$ 时，解集为 $\left(-\infty,1\right)\cup\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$

$a<2$ 时，解集为 $\left(-\infty,\frac{a}{2}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

（2）当 $a=5$ 时 $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}$ 取得最小值 6

【解析】

（1）分解因式得 $f\left(x\right)=\left(2x-a\right)\left(x-1\right)$，两根为 $x_1=\frac{a}{2}$， $x_2=1$

分类讨论，结合图像: 当 $x_1=x_2$，即 $a=2$ 时，解集为 $\left\{x\mid x\neq 1\right\}$

当 $x_1>x_2$，即 $a>2$ 时，解集为 $\left(-\infty,1\right)\cup\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$

当 $x_1<x_2$，即 $a>2$ 时，解集为 $\left(-\infty,\frac{a}{2}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

（2） $f\left(x\right)=x+1$ 即 $2x^{2}-\left(a+3\right)x+a-1=0$ 有两根 x_1,x_2 且两根都为正，则有

$$\begin{cases}\Delta=\left(a+3\right)^{2}-4\times 2\left(a-1\right)>0\\ x_1+x_2=\frac{a+3}{2}>0\\ x_1x_2=\frac{a-1}{2}>0\end{cases}$$ ，解得 $a>1$.

$\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}=\frac{{x_1}^{2}+{x_2}^{2}}{x_1x_2}=\frac{\left(x_1+x_2\right)^{2}-2x_1x_2}{x_1x_2}=\frac{\left(\frac{a+3}{2}\right)^{2}}{\frac{a-1}{2}}-2$，令 $t=\frac{a-1}{2}\left(t>0\right)$，则 $a=2t+1$

则$\dfrac{\left(\dfrac{a+3}{2}\right)^2}{\dfrac{a-1}{2}}-2=\dfrac{(t+2)^2}{t}-2=t+\dfrac{4}{t}+2\geq 2\sqrt{t\cdot\dfrac{4}{t}}+2=6$，当且仅当$t=2$即$a=5$时取等号

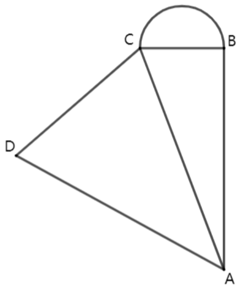
综上所述， 当$a=5$时，$\dfrac{x_2}{x_1}+\dfrac{x_1}{x_2}$取得最小值$6$.

【点评】本题第一问主要考察含参不等式范围问题，运用分类讨论思想进行解题．第二问涉及根分布、二次函数韦达定理、基本不等式，较为综合，难度中等偏上．

22．随着人们生活水平的不断提高，人们更加关注健康，重视锻炼，“日行一万步，健康一辈子”，通过“小步道”，走出“大健康”，健康步道成为引领健康生活的一道亮丽的风景线．如图，$A-B-C-A$ 为某市的一条健康步道，AB,AC 为线段，$\overset{\frown}{BC}$ 是以 BC 为直径的半圆，$AB=2\sqrt{3}km,AC=4km,\angle BAC=\frac{\pi}{6}$

（1）求 $\overset{\frown}{BC}$ 的长度

（2）为满足市民健康生活的需要，提升城市品位，改善居住环境，现计划新增健康步道 $A-D-C$（B,D 在 AC 两侧），AD,CD 为线段，$\angle ADC=\frac{\pi}{3}$，且 A 到健康步道 $B-C-D$ 的最短距离为 $2\sqrt{3}km$，求 D 到直线 AB 距离的取值范围．



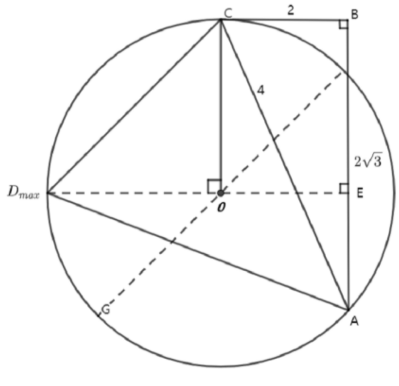
【答案】（1）π　（2）见解析

【解析】解：由题意得，

（1）在 ΔABC 中，由余弦定理，$BC=\sqrt{16+12-2\times4\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\Rightarrow \overset{\frown}{BC}=\pi$

（2）D 的轨迹为 ΔADC 外接圆的一部分，由正弦定理 $2R=\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\Rightarrow R=\frac{4}{\sqrt{3}}$，且满足 $AD\geq2\sqrt{3}$，过 D 作 $DE\perp AB$ 于 E，设所求距离为 d

①当 DE 通过圆心 O 时，d 达到最大，由几何关系得，四边形 $OCBE$ 为矩形，所以 $d_{\max}=R+OE=R+BC=2+\frac{4}{\sqrt{3}}=2+\frac{4\sqrt{3}}{3}$



②当 D 无限接近 C 时，此时 $d\to2$

综上：所求 D 到直线 AB 距离 d 的取值范围为 $\left(2,2+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right]$

【点评】本题属于解三角形的问题.（1）问考查余弦定理的使用，属于基本题型；（2）问考查正弦定理、和差角公式的使用，同时对学生推理分析，数形结合，运算求解的能力提出了更高的要求，难度中上.